О единой модели свободного движения частиц

Цырульников Д. А.

Аннотация

Рассмотрена единая модель свободного движения частиц в физике, согласно которой свободное движение любых частиц (классических и микрочастиц) имеет волновой вероятностный и релятивистски-инвариантный характер. Проведено обоснование постулирования такой модели движения на основе анализа мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения классической заряженной частицы на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le h/p$, с помощью порогового черенковского излучения.

Показано, что из предлагаемой единой модели свободного движения в случае движения частиц на расстояниях $l >> h/p$ со скоростью $\mathrm{v} << c$ следует модель свободного движения, постулированная в классической механике (первый закон Ньютона), а также релятивистская модель свободного движения, постулированная в СТО, если $\mathrm{v} \approx c$. В случае свободного движения частиц на расстояниях $l \le h/p$ из данной модели следует модель свободного движения, постулированная в квантовой теории де Бройлем.

Также показано, что, согласно единой модели свободного движения, стирается барьер между макромиром и микромиром; решается проблема согласования ОТО и соотношения неопределенностей, в том числе, для тел большой массы и больших размеров; выявляется связь между спином частицы и ее структурой; устанавливается теоретический критерий элементарности частиц; обосновывается вывод о том, что фотон (m=0, J=1) и гравитон (m=0, J=2) не являются элементарными частицами и, следовательно, электромагнитные и гравитационные взаимодействия имеют вторичный, индуцированный характер.

В работе на основе единой модели свободного движения частиц построена единая модель динамики.

1. Единая модель свободного движения частиц

В настоящее время в основе трех относительно независимых разделов физики (классическая механика, специальная теория относительности (СТО), квантовая теория) лежат три постулированные модели свободного движения материальных частиц, которые по разному описывают это движение.

Как известно, в классической механике постулируется прямолинейный и равномерный характер свободного движения частиц (см. первый закон Ньютона). В СТО помимо равномерного и прямолинейного характера свободного движения частиц по существу дополнительно постулируется его лоренц-инвариантность. В квантовой теории постулируется волновой вероятностный и в общем случае релятивистски-инвариантный характер свободного движения микрочастиц.

Таким образом, в современной физике сложилась своеобразная ситуация. Каждый раз под давлением экспериментальных фактов вскрывались те или иные грани свободного движения материальных частиц и эти грани необходимо было постулировать. В результате, мы имеем три разных постулированных модели свободного движения в классической механике, СТО, квантовой теории (данный факт в конечном счете приводит и к разным моделям динамики).

Попытаемся объяснить причину такой фрагментарности в современной физике. В конце XIX века физика основывалась на единой (универсальной) ньютоновской модели движения материальных частиц и на электродинамике Максвелла. В начале XX века стало ясно, что существует противоречие между механикой Ньютона и электродинамикой Максвелла. Суть данного противоречия состояла в том, что уравнения классической электродинамики инвариантны к преобразованиям Лоренца, а уравнения классической механики не инвариантны к этим преобразованиям (уравнения классической механики инвариантны к преобразованиям Галилея).

Преодоление данного противоречия было найдено в обобщении ньютоновской модели движения. Такое обобщение ньютоновской модели движения было сделано Эйнштейном в специальной теории относительности.

Не вдаваясь в подробности специальной теории относительности Эйнштейна, можно утверждать, что Эйнштейн постулировал факт инвариантности формул и уравнений механики к преобразованиям Лоренца, вследствие чего эти формулы и уравнения были записаны им в лоренц-инвариантной форме (этот вывод вытекает из постулатов теории относительности:1) равноправие всех инерциальных систем отсчета; 2) постоянство скорости света в вакууме, ее независимость от движения источника).

С современных позиций можно сказать, что Эйнштейн «заимствовал» у классической электродинамики такое фундаментальное свойство, как лоренц-инвариантность ее уравнений и «распространил» (точнее, постулировал) это свойство на описание свободного движения материальных частиц (как известно, в СТО на первый план выходит релятивистская кинематика). При этом данное фундаментальное свойство оказалось истинным.

Заметим, что после создания СТО возник новый кризис в физике, преодоление которого привело к созданию квантовой теории, в том числе к созданию квантовой механики. При этом одну из основных ролей в преодолении данного кризиса и создании квантовой теории сыграли работы де Бройля.

Де Бройль, как и Эйнштейн, занимался задачей описания свободного движения материальных частиц, но при других условиях. Де Бройль занимался задачей описания свободного движения микрочастиц, в том числе свободного движения микрочастиц на малых пространственных (и временных) промежутках. Причем он, как и Эйнштейн, «заимствовал» у электродинамики, точнее у фотонов, другое фундаментальное свойство, а именно, корпускулярно-волновой дуализм и «распространил» (постулировал) его на описание свободного движения микрочастиц. Как и в предыдущем случае, данное фундаментальное свойство (корпускулярно-волновой дуализм) оказалось истинным при описании свободного движения микрочастиц.

В свете вышеизложенного становится понятным, что Эйнштейн и де Бройль «подсмотрели» у электродинамики отдельные фундаментальные фрагменты свободного движения частиц, что и привело к постулированию разных моделей свободного движения.

Возникает также следующий вопрос. Почему свойства, «заимствованные» Эйнштейном и де Бройлем у электродинамики (лоренц-инвариантность и корпускулярно-волновой дуализм), оказались истинными при описании свободного движения материальных частиц?

Из сказанного следует, что подходы Эйнштейна и де Бройля к проблеме описания свободного движения частиц, несмотря на их истинность, не являются оптимальными, поскольку эти подходы не позволяют получить единую и целостную картину свободного движения материальных частиц (как уже отмечалось, эти подходы приводят к фрагментарности в современной физике).

Поэтому для обоснования единой и обобщенной модели свободного движения частиц (и динамики, построенной на ее основе), несмотря на истинность работ Эйнштейна и де Бройля, следует использовать принципиально иной подход по сравнению с подходами Эйнштейна и де Бройля к проблеме описания свободного движения частиц.

Для выяснения сути предлагаемого подхода, мысленно вернемся в конец XIX века к единой ньютоновской модели движения частиц, которая вместе с классической электродинамикой лежала в основе единой физической картины мира того времени. Через некоторое время стало известно, что ньютоновская модель движения находится в противоречии с классической электродинамикой. Наличие данного противоречия подтверждало необходимость уточнения и обобщения ньютоновской механики.

С целью уточнения и обобщения ньютоновской модели движения мы не будем «подсматривать» у электродинамики отдельные фрагменты движения, как это сделали Эйнштейн и де Бройль, а пойдем по другому пути.

Мы будем исходить из того, что ньютоновская модель движения могла вступить в противоречие с электродинамикой Максвелла только за счет неточностей, имеющихся в самой ньютоновской модели движения.

А если это так, то нам необходимо будет определить эти неточности в ньютоновской модели движения. Затем, за счет исправления выявленных неточностей, углубить понимание проблемы движения частиц и, в частности, проблемы свободного движения.

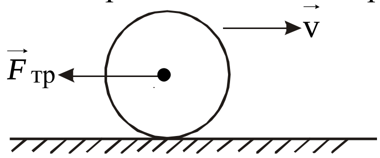
Особо следует подчеркнуть, что при таком подходе ньютоновская модель движения материальных частиц корректируется как единое целое, в результате чего мы опять, как в конце XIX века, приходим к новой единой (универсальной) скорректированной модели свободного движения частиц и единой модели динамики (построенной на основе новой единой модели свободного движения).

Другими словами, новая модель движения, полученная за счет исправления неточностей ньютоновской модели движения (которая в свое время была единой), также может оказаться единой в том смысле, что новая модель будет описывать движение всех материальных тел в природе единым образом. При этом из полученной таким образом единой модели движения частиц будут вытекать три постулированные модели движения частиц в классической механике, СТО и квантовой теории.

Прежде всего, попытаемся определить неточности в ньютоновской модели свободного движения частиц. Как следует из первого закона Ньютона, свободное движение имеет вид равномерного прямолинейного движения.

Постулированию первого закона Ньютона, как правило, предшествуют хорошо известные априорные правдоподобные рассуждения, восходящие еще к работам Галилея. Эти рассуждения обосновывают целесообразность постулирования первого закона Ньютона, а также по существу определяют наше понимание свободного движения в рамках классической механики.

Приведем эти рассуждения. Рассмотрим тело, скользящее по горизонтальной поверхности или шар, движущийся по горизонтальной поверхности со скоростью $\vec{v}$ (см. рис. 1).



$$\vec{F}_{тр} \to 0$$

Рис. 1.

Со стороны горизонтальной поверхности на тело или шар действует сила трения ($\vec{F}_{тр}$). В вертикальном направлении силы, действующие на тело или шар, уравновешивают друг друга. Положим, что в качестве горизонтальной поверхности мы выбираем все более гладкую поверхность. В предельном случае абсолютно гладкой поверхности движение тела или шара будет имитировать свободное движение (силы, действующие в вертикальном направлении, уравновешивают друг друга, а $\vec{F}_{тр} = 0$).

Если с помощью хронометра и линейки измерять пути, проходимые скользящим телом или шаром по все более гладкой горизонтальной поверхности ($\vec{F}_{тр} \to 0$) за равные промежутки времени, то легко убедиться, что движение тела или шара стремится стать равномерным и прямолинейным.

Поэтому естественно предположить, что в предельном случае абсолютно гладкой горизонтальной поверхности ($\vec{F}_{тр} = 0$), движение тела или шара, которое можно считать свободным, есть равномерное прямолинейное движение ($\vec{v} = const$).

Однако, в данном опыте, показанном на рис. 1, точность хронометра и линейки конечны (в силу погрешностей хронометра и линейки, с помощью них можно измерять времена и расстояния с некоторой точностью, например, времена с точностью до 0,01 сек. и расстояния с точностью до 0,01см.). Следовательно, вывод о том, что свободное движение носит характер равномерного и прямолинейного движения справедлив для пространственных и временных промежутков, превышающих точность линейки и хронометра. Такие пространственные и временные промежутки мы будем называть большими.

В связи с этим возникает вопрос: как движется свободная частица или материальное тело на пространственных и временных промежутках меньших точности линейки и хронометра, т.е. на малых пространственных и временных промежутках?

Ответ на этот вопрос наш опыт, показанный на рис. 1, не дает.

А вот классическая механика (первый закон Ньютона) отвечает на этот вопрос. Классическая механика, точнее первый закон Ньютона, экстраполирует представление свободного движения в виде равномерного прямолинейного движения, справедливое для больших пространственных и временных промежутков (превышающих точность линейки и хронометра, см. рис.1), на сколь угодно малые пространственные и временные промежутки, на которых это движение по прежнему считается равномерным и прямолинейным. Другими словами, классическая механика экстраполирует без всяких изменений свободное движение с больших пространственных и временных промежутков на сколь угодно малые промежутки.

Такой вид экстраполяции, содержащийся в первом законе Ньютона, в дальнейшем мы будем называть ньютоновским видом экстраполяции или ньютоновской экстраполяцией. Ньютоновскую экстраполяцию можно попытаться объяснить тем, что данная экстраполяция согласуется с рассмотренным выше опытом (см. рис. 1). Действительно, если свободное движение на малых пространственных и временных промежутках есть равномерное прямолинейное движение, то отсюда следует, что и на больших пространственных и временных промежутках (превышающих точность линейки и хронометра) свободное движение материальных тел также имеет вид равномерного прямолинейного движения.

Однако есть и другие виды экстраполяции, согласующиеся с данным экспериментом (см. рис.1). Например, представим себе, что свободное движение материальных тел носит некий сложный характер. Отслеживая движение с помощью хронометра и линейки (см. рис.1), мы получаем приближенные результаты такого движения на больших промежутках в силу конечной точности хронометра и линейки. И возможна такая ситуация, когда данное «приближенное» свободное движение на больших пространственных и временных промежутках совпадает с равномерным прямолинейным движением (хотя, на самом деле, свободное движение на малых пространственных и временных промежутках носит сложный характер).

Из приведенных выше рассуждений следует, что можно постулировать альтернативную модель свободного движения, имеющего сложный характер, при условии, что эта модель согласуется с экспериментом, показанным на рис. 1.

В результате, становится понятным, что ньютоновская экстраполяция может оказаться спорным моментом в модели движения Ньютона.

Поэтому обоснование вида экстраполяции свободного движения частиц с больших пространственных и временных промежутков (где свободное движение, безусловно, можно считать равномерным и прямолинейным) на малые пространственные и временные промежутки является фундаментальным и актуальным вопросом физики. При этом изменение вида экстраполяции движения может приводить к изменению модели движения частиц в целом.

Отметим, что в истории физики поднимался вопрос об экстраполяции движения электромагнитных материальных возмущений, точнее, вопрос об экстраполяции распространения света с больших пространственных и временных промежутков на малые. Речь идет о спорах между Ньютоном (и его сторонниками) и Гюйгенсом (и его сторонниками) по поводу природы света. Ньютон и Гюйгенс были согласны с тем, что свет на больших расстояниях распространяется прямолинейно. Спор шел о том, как распространяется свет на малых расстояниях (порядка длины волны света).

При этом Ньютон использовал тот же вид экстраполяции распространения света (вид экстраполяции движения электромагнитных материальных возмущений) с больших расстояний на малые, что и в своей механике. Ньютон считал, что, если на больших расстояниях свет распространяется прямолинейно, то и на сколь угодно малых расстояниях свет также будет распространяться прямолинейно. Отсюда следовала корпускулярная природа света.

Гюйгенс, в отличие от Ньютона, использовал сложный волновой вид экстраполяции распространения света с больших расстояний на малые. Мы знаем, что в этом споре победила точка зрения Гюйгенса (в пользу Гюйгенса свидетельствует явление дифракции света на щелях).

Таким образом, ньютоновский вид экстраполяции движения с больших пространственных и временных промежутков на малые, который используется в ньютоновской механике, оказался неверным при движении электромагнитных материальных возмущений, т.е. при распространении света.

Теперь опять обратимся к вопросу об экстраполяции свободного движения материальных частиц с больших расстояний, превышающих точность хронометра и линейки (где это движение является равномерным и прямолинейным) на малые расстояния, существенно меньшие точности хронометра и линейки (см. рис.1).

Оказывается методами электродинамики (см. ниже, а также раздел 2) можно более точно и более строго (по сравнению с экспериментом, показанным на рис.1) «отследить» движение материальной точечной частицы при $\vec{F}_{\text{тр}} \to 0$ на малых расстояниях, вплоть до расстояний $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$, где p — импульс частицы, $\mathbf{h}$— постоянная Планка. При этом масса частицы может быть как сколь угодно малой, так и сколь угодно большой.

В результате, можно показать, что при движении материальной частицы при $\vec{F}_{\text{тр}} \to 0$ справедлив не ньютоновский, а более сложный волновой вид экстраполяции движения с больших расстояний $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$ на малые расстояния вплоть до $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$, который приводит к принципиально иной модели свободного движения, по сравнению с моделями свободного движения в ньютоновской механике и релятивистской механике (данная принципиально иная модель будет проанализирована ниже).

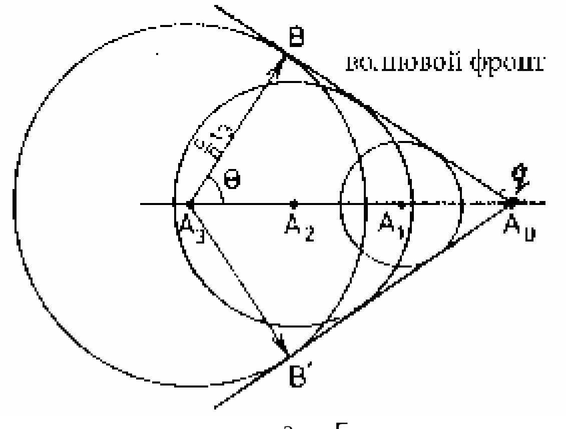
Таким образом, ньютоновский вид экстраполяции оказывается несправедливым не только в оптике (см. выше), но и в классической механике. А это означает, что ньютоновская модель свободного движения частиц (а также и ньютоновская динамика) нуждается в коррекции.

Более того, ньютоновский вид экстраполяции свободного движения «автоматически» проник в СТО и ОТО (общую теорию относительности) Эйнштейна. К примеру, в СТО свободное движение частиц со скоростями $\mathrm{v} \sim c$ носит равномерный прямолинейный и релятивистски-инвариантный характер как на больших, так и на сколь угодно малых пространственно-временных промежутках, т.е. в СТО свободное движение с больших пространственно-временных промежутков экстраполируется без изменений на сколь угодно малые промежутки. С учетом несправедливости ньютоновского вида экстраполяции можно говорить о том, что СТО и ОТО также нуждаются в коррекции.

В связи с изложенным, прежде всего, обоснуем несправедливость ньютоновской экстраполяции при описании свободного движения частиц и покажем, что в этом случае справедлив более сложный волновой вид экстраполяции (более подробное обоснование данного вопроса рассмотрено в разделе 2). Для этого попытаемся «отследить» свободное движение точечной материальной частицы на достаточно малых пространственных и временных промежутках электродинамическими методами [1,2], т.е. попытаемся создать электродинамический аналог «мысленного» эксперимента, показанного на рис.1.

С этой целью рассмотрим движение электрически заряженной частицы с постоянной скоростью $\mathrm{v}_ч \ge c/n(w)$ по оси тонкого пустотелого канала неограниченной длины, проделанного в однородной изотропной и прозрачной в оптическом диапазоне среде с показателем преломления $n(w)$. При этом полагаем, что радиус канала r (поперечный размер пустотелого канала) удовлетворяет условию $r_{am} << r \le 2p\, c/n(w)w$, где r_{am} — радиус атомов среды, а саму частицу считаем точечной и обладающей массой.

Движение такой частицы будет сопровождаться излучением Вавилова-Черенкова [3-5].



$$\cos q = \frac{c}{n(w)\mathrm{v}_ч},\quad \mathrm{w} = \frac{q^2 \mathrm{v}_ч}{c^2}\left[\int\limits_{c/n(w)\mathrm{v}_ч \le 1} w(1-\cos^2 q)\,dw\right],$$

где w — мощность излучения, q — заряд частицы

Рис. 2. Формирование излучения Вавилова-Черенкова

Причем, поскольку канал пустотелый и радиус этого канала превосходит радиусы атомов среды, то следует пренебречь рассеянием частицы в кулоновском поле ядер атомов среды, возникновением тормозного излучения, ионизационными потерями, связанными со столкновениями частицы, и ограничиться рассмотрением только черенковского излучения (т.е. в данном случае мы имеем дело с черенковским излучением в чистом виде, см. рис. 2).

Как известно, излучение Вавилова-Черенкова происходит под углом q к направлению движения частицы, при этом угол q и мощность излучения w описываются выражениями, показанными на рис.2 [3-5].

Подчеркнем, что вершина конуса черенковского излучения всегда совпадает с мгновенным положением заряженной частицы (см. рис. 2).

Строго говоря, данное движение электрически заряженной частицы по оси пустотелого канала не является равномерным, так как происходит потеря энергии частицы на черенковское излучение. Поэтому, можно ввести в рассмотрение силу, тормозящую заряженную частицу при ее движении - черенковскую силу трения (работа этой силы в прозрачной среде равна излучаемой энергии) [3-5].

Таким образом, движение рассматриваемой заряженной частицы по оси пустотелого канала есть движение частицы, на которую действует черенковская сила трения (сравни с рис.1) .

Теперь устремим черенковскую силу трения к нулю и исследуем движение частицы. С этой целью рассмотрим ситуацию, когда $v_ч > c/n_{\max}$ и $c/n_{\max} \to v_ч$ (т.е. $v_ч \approx c/n_{\max}$), где $n_{\max} = n(w_0)$ — максимальный из всех показателей преломления $n(w)$ для волн, могущих распространяться в среде, ω_0 - частота, на которой показатель преломления среды имеет максимальное значение $n_{\max}$ [1]. В данном случае, как следует из выражений для q и w (см. рис.2.), угол θ будет стремиться к нулю; мощность порогового черенковского излучения также будет стремиться к нулю; излучение будет становиться монохроматическим (так как вследствие частотной дисперсии среды существует порог по частоте); групповая скорость порогового излучения будет совпадать с фазовой (для частоты, на которой n максимально, $dn/dw = 0$ и, следовательно, групповая скорость совпадает с фазовой (см. раздел 2, (2.3)), причем фазовая скорость стремится совпасть со скоростью электрически заряженной частицы ($c/n_{\max} \to v_ч$).

При этом движение частицы можно считать свободным, поскольку сила, тормозящая частицу при ее излучении, устремляется к нулю (гравитационное взаимодействие и взаимодействие частицы с вакуумом не принимаем во внимание).

В рассматриваемом случае электромагнитное материальное возмущение, распространение которого представляет собой пороговое черенковское излучение с исчезающе малой мощностью, можно трактовать как электромагнитную волновую метку частицы, движение которой совпадает с перемещением частицы при ее свободном движении как на малых, так и больших пространственных (и временных) промежутках. Мгновенное положение такой волновой метки всегда совпадает с мгновенным положением рассматриваемой заряженной точечной частицы при ее свободном движении (см. рис. 3).

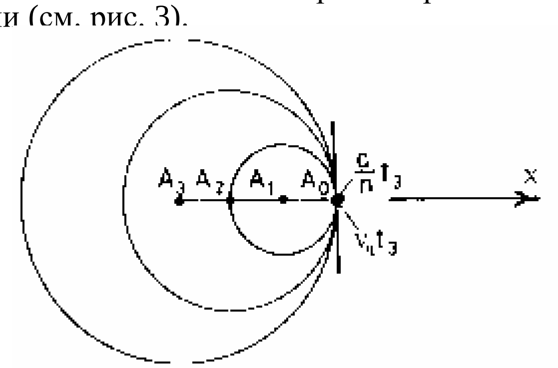


Рис. 3. Формирование порогового излучения Вавилова-Черенкова

Поясним, что распространение порогового черенковского излучения со сколь угодно малой мощностью представляет собой распространение точечного электромагнитного материального возмущения (см. рис.3). Данное электромагнитное материальное возмущение и точечная частица при своем свободном движении (точнее, при движении, когда $\vec{F}_{тр} \to 0$) «бегут» рядом ($v_ч t \approx ct/n_{\max}$). При этом мгновенные положения в пространстве точечного электромагнитного материального возмущения (которое можно рассматривать как электромагнитную волновую метку частицы) и точечной частицы совпадают. Как показано на рис.3, в момент нахождения движущейся частицы в произвольной точке A_0 одновременно в ту же точку пространства A_0 приходят сферические волны, испущенные частицей в точках: A_3, A_2, A_1. Эти волны интерферируют между собой, складываясь по амплитуде только в точке A_0.

По каким законам перемещается данная частица при своем свободном движении на малых пространственных (и временных) промежутках с характерными размерами $l \le l_ч$ (где $l_ч$ — длина волны порогового черенковского излучения) мы пока не знаем. Зато нам известно, по каким законам распространяется на таких промежутках электромагнитная волновая метка этой частицы.

Поэтому, вместо того, чтобы «отслеживать» свободное движение самой частицы на малых пространственных (и временных) промежутках, нам достаточно «отследить» распространение электромагнитной волновой метки этой частицы (мгновенное положение метки всегда совпадает с мгновенным положением частицы).

Но электромагнитная метка в виде электромагнитного возмущения порогового черенковского излучения распространяется по волновым законам. Отсюда следует, что ньютоновская экстраполяция неверна, и что свободное движение частицы на малых расстояниях $l \leq l_ч$ должно иметь волновой характер и описываться неким волновым уравнением, вид и порядок которого нам предстоит определить. Это означает, что в постулатах Ньютона присутствует ошибка, состоящая в неправильной экстраполяции свободного движения классических частиц (и неправильной экстраполяции движения классических частиц в силовых полях) с больших пространственных (и временных) промежутков на малые. Данная ошибка обнаруживается на основании анализа нашего мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения классической заряженной частицы на малых промежутках с помощью порогового черенковского излучения.

Более того, распространение электромагнитной волновой метки частицы в виде электромагнитного возмущения порогового черенковского излучения должно быть еще и релятивистски-инвариантным (т.к. уравнения Максвелла, на основании которых в данном случае описываются свойства порогового черенковского излучения, инвариантны к преобразованиям Лоренца). Следовательно, свободное движение электрически заряженной частицы должно носить не только волновой, но и релятивистски-инвариантный характер.

Полученные качественные выводы о волновом и релятивистски-инвариантном характере свободного движения справедливы в приближении макроскопических уравнений Максвелла (уравнений макроскопической электродинамики), поскольку свойства черенковского излучения, в том числе порогового излучения, были получены на основе этих уравнений (см., например, выражения для угла q и мощности излучения w на рис.2). Это означает, что данные выводы справедливы для минимальных пространственных (и временных) интервалов, которые являются малыми по сравнению с длиной волны черенковского порогового излучения (и ее периодом), но являются большими по сравнению с микроинтервалами. Поэтому, в данном случае квантовые добавки к углу q и мощности w черенковского излучения [3] можно не учитывать.

. С целью дальнейшего анализа характера свободного движения заряженной частицы на микроскопических пространственных (и временных) интервалах, соизмеримых с $l = 2p\,\mathbf{h}/p$, в рамках данного подхода, следует рассмотреть свободное движение ультрарелятивистской заряженной частицы со скоростью $v_ч \to c$ $(E >> mc^2)$ в однородной изотропной среде, при условии: $v_ч > c/n_{\max}$ и $c/n_{\max} \to v_ч$. Тогда из условий $v_ч > c/n_{\max}$ и $c/n_{\max} \to v_ч$ следует, что $n_{\max} \to 1$ (поскольку $v_ч \to c$), т.е. свойства однородной изотропной среды (например, газовой среды) стремятся к свойствам вакуума. При этом макроскопические уравнения Максвелла в среде стремятся совпасть с микроскопическими уравнениями Максвелла в вакууме — уравнениями микроскопической электродинамики. Как известно, границы применимости классической электродинамики в вакууме (или в среде, стремящейся по своим свойствам к вакууму) определяются радиусом электрона $r_e = e^2/mc^2$, который существенно меньше микроинтервалов ($r_e << l = \mathbf{h}/mc$) [10].

Легко видеть, что результаты изложенного выше качественного анализа свободного движения электрически заряженной частицы с помощью волновой метки, в виде порогового черенковского излучения, остаются в силе для данного предельного (ультрарелятивистского) случая. С другой стороны, эти результаты анализа свободного движения основываются теперь на уравнениях Максвелла в вакууме (точнее, на уравнениях Максвелла в среде, стремящейся по своим свойствам к вакууму) и оказываются справедливыми для микроинтервалов, соизмеримых с $l = 2p\,\mathbf{h}/p$, так как границы применимости проводимого анализа свободного движения частицы определяются границами применимости классической электродинамики в вакууме, т.е. расстояниями, соизмеримыми с радиусом электрона $r_e \approx e^2/mc^2$, который существенно меньше микроинтервалов: $r_e << l = \mathbf{h}/mc$ (подробнее, см. раздел 2).

В данном ультрарелятивистском случае, когда $v_ч \to c$ $(E >> mc^2)$ и $v_ч > c/n_{\max}$, $c/n_{\max} \to v_ч$ а, следовательно, свойства среды стремятся к свойствам вакуума ($n \to 1$), квантовые добавки к углу q и мощности w черенковского излучения обнуляются (см. раздел 2, (2.8а,б)). Это означает, что для рассматриваемого ультрарелятивистского случая классическое описание свойств порогового черенковского излучения, основанное на уравнениях Максвелла в вакууме, совпадает с описанием, основанным на квантовом подходе, и можно пользоваться классическим описанием.

Таким образом, полученные качественные выводы о волновом и в общем случае релятивистски-инвариантном характере свободного движения справедливы на малых промежутках $l \leq 2p\,\mathbf{h}/p$ (т.е. справедливы в масштабах атомного мира). При этом граница применимости изложенного выше качественного анализа свободного движения частицы определяются расстояниями $l \geq r_e \approx e^2/mc^2$, где $r_e << 2p\,\mathbf{h}/mc$ и совпадают с границами применимости классической электродинамики в вакууме.

Продолжим наш качественный анализ мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения классической заряженной частицы на малых промежутках (в том числе на промежутках $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$) с помощью порогового черенковского излучения. Теперь примем во внимание, что электромагнитное пороговое возмущение, распространение которого образует волны порогового черенковского излучения, не является точечным, как это показано на рис.3, а занимает конечную область пространства из-за волновой природы порогового черенковского излучения. Поясним, что при «отслеживании» свободного движения частицы с помощью порогового черенковского излучения заряженную частицу можно считать точечной. А пороговое черенковское излучение, фактически испускаемое атомами и молекулами среды, следует рассматривать как группу волн ($\Delta w << w_0$, $\Delta x \neq 0$, $\Delta y \neq 0$, $\Delta z \neq 0$), т.е. электромагнитное пороговое возмущение обладает размерами Δx, Δy, Δz. Тогда мгновенное положение точечной частицы и порогового электромагнитного возмущения совпадают с точностью до размеров Δx, Δy, Δz этого возмущения. Легко видеть, что, если размеры Δx, Δy, Δz порогового электромагнитного возмущения устремить к нулю, мы получим идеализированный случай, показанный на рис.3 (подробнее, см. раздел 2).

Итак, при свободном движении заряженной точечной частицы на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, мгновенные положения точечной частицы и порогового электромагнитного возмущения (распространение данного возмущения и образует пороговое черенковское излучение) совпадают с точностью до размеров $\Delta x \neq 0$, $\Delta y \neq 0$, $\Delta z \neq 0$ этого возмущения.

Отсюда следует, что описание свободного движения заряженной частицы на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ должно носить не только волновой, но и вероятностный характер. Поясним, что в случае, когда координаты частицы при ее движении заданы не точно, а с некоторой степенью неопределенности, то описание такого движения даже в классической физике будет всегда иметь вероятностный характер.

Таким образом, согласно нашим рассуждениям, вероятностное описание свободного движения частицы на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, появляется не из-за наличия скрытых параметров, а из-за того, что координаты частицы при ее свободном движении на данных расстояниях заданы не точно, а с некоторой степенью неопределенности.

Из общих соображений очевидно, что свободное движение частицы не зависит от наличия или отсутствия у частицы электрического заряда. Поэтому полученные выводы о свободном движении электрически заряженных частиц можно распространить на движение нейтральных частиц.

Отметим также, что выводы о волновом и вероятностном характере свободного движения нейтральных частиц при нерелятивистских скоростях можно получить, используя акустический аналог черенковского излучения, например, анализируя движение нейтральной частицы в воздухе со скоростью превышающей скорость звука. Поверхность, ограничивающая возмущенную область, в этом случае представляет собой фронт ударной волны — конус Маха (аналог черенковского конуса). Отслеживая движение данной частицы (без учета сопротивления воздуха и гравитации) с помощью волновой метки в виде порогового «черенковского» акустического излучения и используя рассуждения, приведенные выше, можно придти к выводам о волновом и вероятностном характере свободного движения частиц с нерелятивистскими скоростями. Подчеркнем, что нелинейные аэродинамические (или гидродинамические) уравнения линеаризуются в случае порогового излучения сколь угодно малой мощности.

Следует отметить, что черенковское излучение испускается средой под влиянием поля движущейся в ней частицы. Поэтому свойства черенковского излучения, в том числе порогового излучения, не зависят от массы заряженной частицы m (см., например, выражения для для q и w на рис.2) и эти свойства сохраняются как при $m \to \infty$ (см. [5]), так и при $m \to 0$. В результате, становится очевидным, что выводы о релятивистски-инвариантном, волновом и вероятностном характере свободного движения частиц можно распространить как на частицы с массой $m \to \infty$, так и на частицы с массой $m \to 0$.

Причем, как будет показано ниже, в случае свободного движения частиц большой массы волновой и вероятностный характер движения может не играть существенной роли даже при движении частиц на микроинтервалах (в данном случае даже для микроинтервалов может выполняться условие $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$). В результате, можно приближенно считать, что движение частиц большой массы является равномерным прямолинейным и в общем случае релятивистски инвариантным.

К такому же выводу о несущественности волнового и вероятностного характера движения можно придти при описании свободного движения частиц малой массы на больших расстояниях, удовлетворяющих условию $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$.

В то время как при движении классических частиц малой массы на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ волновой и вероятностный характер движения играет существенную роль и этот характер надо учитывать (см. ниже).

Обратим внимание, что, хотя и на качественном уровне, при анализе свободного движения классических частиц на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, мы пришли к обоснованию (или объяснению) таких фундаментальных свойств свободного движения частиц, как релятивистски-инвариантный, волновой и вероятностный характер свободного движения. А ведь эти свойства по отдельности по существу составляют основное содержание СТО Эйнштейна и постулатов де Бройля и Борна в квантовой теории.

Из волнового вероятностного и в общем случае релятивистски-инвариантного характера свободного движения частиц на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, можно сделать следующие выводы.

1.Во-первых, свободное движение частиц на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, должно описываться постулированным волновым и в общем случае релятивистски-инвариантным уравнением, вид и порядок которого нам предстоит определить. Данное уравнение при описании свободного движения частиц на расстояниях $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$ должно «переходить» в релятивистское (или нерелятивистское) уравнение Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля (согласно нашим рассуждениям на больших расстояниях $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$ должен быть справедлив первый закон Ньютона и его релятивистский аналог в СТО);

2.Волновая функция y, являющаяся решением волнового релятивистски-инвариантного уравнения свободного движения, должна характеризовать свободное движение частиц вероятностным образом, поскольку, как уже указывалось, свободное движение на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, носит не только волновой, но и вероятностный характер. Тогда волновое поле y (или его амплитуда) либо интенсивность этого поля $y y^{*}$ должны характеризовать вероятности значений координат в момент времени t при движении свободной частицы. Но волновое поле y (так же как и его амплитуда) может быть комплексной величиной и поэтому в принципе не может характеризовать вероятности значений координат в момент времени t при движении свободной частицы, поскольку вероятности должны быть всегда действительными и положительными величинами. А вот интенсивность данного поля - $y y^{*}$, как и вероятность, является действительной и положительной величиной. Таким образом, мы приходим к выводу, что только интенсивность $y y^{*}$ может характеризовать распределение вероятностей значений координат в момент времени t при движении частицы, т.е., $y y^{*}$ может характеризовать плотность вероятности нахождения частицы в пространстве и при соответствующей нормировке может совпадать с ней.

Теперь попытаемся обосновать вид и порядок волнового и в общем случае релятивистски инвариантного уравнения свободного движения (подробнее, см. раздел 2). С этой целью, прежде всего, рассмотрим наши рассуждения, приведенные выше, под несколько иным углом зрения (не прибегая к помощи рис. 3).

Итак, пусть мгновенное положение свободной точечной заряженной частицы совпадает с мгновенным положением электромагнитного возмущения, распространение которого и образует волны порогового черенковского излучения. Вообще говоря, пороговое черенковское излучение представляет собой группу волн (пакет волн). Поэтому пороговое черенковское излучение запишем в виде (одномерный случай)

$$j\,(x,t) = \frac{1}{2p}\int A(k_0)\, e^{-i\,(w_0(k_0)t - k_0 x)}\, dk_0. \qquad (1)$$

где $A^2(k_0) \to 0$, т.к. мы имеем дело с пороговым излучением со сколь угодно малой интенсивностью, при этом одновременно $A(k_0) \to 0$ и $A(k_0) \ne 0$ лишь в интервале волновых чисел $(k_0 - e, k_0 + e)$; групповая скорость (1) совпадает со скоростью частицы (см. выше; кроме того, в среде без дисперсии для порогового излучения: $c/n \to \mathrm{v}_ч$, т.е. $\mathrm{v}_ч \approx c/n = \mathrm{v}_{гр}$; подробнее, см., также, раздел 2, например (2.3)).

Выражение (1) можно рассматривать как математическую функцию $j\,(x,t)$, описывающую положение в пространстве и времени материального электромагнитного возмущения в виде волнового пакета (1) при распространении данного возмущения.

Необходимо определить функцию $y(x,t)$, характеризующую положение в пространстве и времени точечной частицы при ее свободном движении на малых промежутках.

Поскольку в рассматриваемом мысленном эксперименте мгновенные положения порогового электромагнитного возмущения в виде пакета волн (1) и свободной частицы совпадают (хотя и с точностью до размеров этого возмущения $\Delta x \sim 1/\Delta k_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z$) , то искомую функцию $y(x,t)$ можно аппроксимировать другим пакетом волн (2), обладающим такой же групповой скоростью (равной скорости частицы) и направлением распространения, что и пакет волн (1):

$$y\,(x,t) = \frac{1}{2p}\int A(k_1)\, e^{-i\,(w_1(k_1)t - k_1 x)} dk_1 . \qquad (2)$$

Понятно, что распространяться как волновой пакет $j\,(x,t)$ (см. (1)) (изменять положение в пространстве с течением времени) может другой волновой пакет $y\,(x,t)$ (см. (2)), у которого групповая скорость и направление распространения совпадают с групповой скоростью и направлением распространения волнового пакета $j\,(x,t)$ (см. (1)). При этом частота w_1 и волновое число k_1 волнового поля $y\,(x,t)$ (см. (2)), описывающего положения в пространстве и времени точечной частицы при ее свободном движении на малых промежутках, могут отличаться от w_0 и k_0 электромагнитного волнового поля $j\,(x,t)$ (см. (1)) порогового черенковского излучения (подробнее, см. раздел 2).

Таким образом, функцию $y\,(x,t)$, описывающую положения в пространстве и времени точечной частицы при ее свободном движении на малых промежутках, в том числе на промежутках $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, мы аппроксимируем группой волн (2), обладающей такой же групповой скоростью и направлением распространения, что и пакет волн (1). Такая аппроксимация становится возможной на том основании, что мгновенные положения свободной частицы и порогового электромагнитного возмущения в виде пакета волн (1) совпадают (хотя и с точностью до размеров этого возмущения $\Delta x \sim 1/\Delta k_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z$). При этом точность аппроксимации определяется размерами волнового пакета (2): $\Delta x \sim 1/\Delta k_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z$. Выше уже отмечалось, что интенсивность волновой функции в виде группы волн (2) характеризует плотность вероятности нахождения частицы в пространстве и при соответствующей нормировке может совпадать с ней.

Из вида аппроксимирующей волновой функции $y\,(x,t)$ в виде группы волн (2) следует, что эта функция должна являться решением волнового уравнения свободного движения, вид и порядок которого нам предстоит определить. Поясним, что, несмотря на то, что частные решения (1) и (2) совпадают по виду, волновые уравнения, которым они удовлетворяют, могут различаться по виду и порядку. Решение (1) удовлетворяет электромагнитному волновому уравнению второго порядка, вытекающему из уравнений Максвелла. А вид и порядок волнового уравнения, которому удовлетворяет аппроксимирующая волновая функция (2), описывающая положения в пространстве и времени точечной частицы при ее свободном движении на малых промежутках, нуждается в дополнительном обосновании.

Группа волн (2) характеризует свободное движение точечной материальной частицы на малых промежутках, в том числе на промежутках $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, вероятностным образом и является решением некоторого волнового уравнения, вид и порядок которого нам пока неизвестен.

На больших пространственных (и временных) промежутках искомое волновое уравнение свободного движения должно тождественно совпадать с релятивистским (или нерелятивистским) уравнением Гамильтона-Якоби, описывающим движение частицы в отсутствие внешнего поля, т.е. должен выполняться первый закон Ньютона (и его релятивистский аналог в СТО). Подчеркнем, что при обосновании вида и порядка волнового уравнения свободного движения мы опираемся на постулаты релятивистской и нерелятивистской классической механики, справедливые, согласно нашим рассуждениям, только на больших промежутках.

С другой стороны, известно, что на больших расстояниях в приближении коротких длин волн (т.е. при $l \to 0$) искомое волновое уравнение должно «переходить» в уравнение эйконала (точнее, должно приближенно описываться уравнением эйконала).

Для того чтобы определить условия, при которых данное уравнение эйконала тождественно совпадает с релятивистским уравнением Гамильтона - Якоби (или с нерелятивистским уравнением Гамильтона - Якоби при скоростях частицы $v << c$), сначала необходимо потребовать, чтобы эти уравнения совпадали по своему математическому виду.

Следовательно, уравнение эйконала должно иметь вид уравнения в частных производных первого порядка и второй степени, так как такой вид имеет релятивистское (или нерелятивистское) уравнение Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля.

Но как раз, только из волновых уравнений второго порядка (или из параболических уравнений, получающихся из волновых уравнений второго порядка) при $l \to 0$ можно получить уравнения эйконала, которые являются уравнениями в частных производных первого порядка и второй степени.

Поэтому искомое уравнение свободного движения можно представить в виде (1.1), а волновую функцию свободного движения, удовлетворяющую (1.1), в виде плоской монохроматической волны (1.2) (см. ниже).

Теперь можно определить условия, при которых уравнение эйконала (вытекающее из (1.1) при $l \to 0$) и имеющее вид уравнения в частных производных первого порядка и второй степени, тождественно совпадает в общем случае с релятивистским уравнением Гамильтона-Якоби (или с нерелятивистским уравнением Гамильтона-Якоби) для частицы в отсутствии внешнего поля. Как будет показано ниже (см. (1.5)), в этом случае $w_1 = E/\mathbf{h}$ и $k_1 = p/\mathbf{h}$, а групповая скорость волнового пакета (2) (или группы волн (1.2)) равна скорости частицы и равна групповой скорости пакета волн порогового черенковского излучения (1) (см. раздел 2, (2.6.1)). Точность, с которой мы аппроксимируем свободное движение частицы с помощью группы волн (2) можно теперь переписать в виде $\Delta x \sim 1/\Delta k_x = \mathbf{h}/\Delta p_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y = \mathbf{h}/\Delta p_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z = \mathbf{h}/\Delta p_z$.

Ниже также будет показано, что из уравнения (1.1) можно получить уравнение свободного движения (1.1д) в релятивистском случае и уравнение свободного движения (1.1г) в нерелятивистском случае, решениями которых являются также группы волн вида (2) (или группы волн (1.2), см. ниже) с $w_1 = E/\mathbf{h}$ и $k_1 = p/\mathbf{h}$.

До сих пор свободное движение частицы на малых расстояниях анализировалось без учета влияния наличия или отсутствия структуры у частицы на данное движение. При этом волны порогового черенковского излучения и волновая функция y частицы (являющаяся решением волнового и в общем случае релятивистски-инвариантного уравнения свободного движения (см. ниже (1.1а,б), (1.1г,д))), а также раздел 2)), считались скалярными волнами, т.е. однокомпонентными.

Теперь попытаемся учесть влияние наличия или отсутствия структуры у частицы на свободное движение такой частицы. То есть, исследуем свободное движение на малых расстояниях составных частиц, состоящих из элементарных частиц и обладающих структурой, а также движение элементарных (бесструктурных) частиц.

С этой целью продолжим качественный анализ мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения классической заряженной частицы на малых промежутках, в том числе на промежутках $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, с помощью порогового черенковского излучения и покажем, что на основании данного мысленного эксперимента можно сформулировать дополнительные свойства волновой функции y (эти свойства волновой функции y отсутствуют в квантовой теории).

Итак, согласно изложенному, можно считать, что точечная заряженная частица при своем свободном движении ($\mathrm{v}_ч > c/n_{\max}$ и $c/n_{\max} \to \mathrm{v}_ч$ (т.е., $\mathrm{v}_ч \approx c/n_{\max}$)) по оси тонкого пустотелого канала неограниченной длины, проделанного в однородной изотропной и прозрачной в оптическом диапазоне среде ($r_{am} << r \le 2p\,c/n(w)w$), испускает пороговое черенковское излучение сколь угодно малой мощности. Известно, что черенковское излучение, в том числе пороговое черенковское излучение, элементарной (бесструктурной) частицы является линейно поляризованным в плоскости, проходящей через вектор скорости $\vec{\mathrm{v}}_ч$ частицы и волновой вектор $\vec{k}$ [3-5]. Таким образом, при свободном движении элементарной (бесструктурной) частицы, вообще говоря, пороговое черенковское излучение имеет поперечную анизотропию относительно его распространения вследствие линейной поляризации. Поскольку любая линейно поляризованная волна может рассматриваться в виде суперпозиции двух волн с левой и правой круговыми поляризациями, то волновое поле порогового черенковского излучения в рассматриваемом случае следует рассматривать как поле, имеющее две независимые поляризационные компоненты.

Свободная элементарная (бесструктурная) частица испускает линейно поляризованное пороговое черенковское излучение при движении как на больших расстояниях $l >> \bar{l} = 2p\,\mathbf{h}/p$, так и на малых $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ (напомним, что границы применимости классической электродинамики для анализа нашего мысленного эксперимента определяется расстояниями, соизмеримыми с радиусом электрона $l \ge r_e \approx e^2/mc^2$, который существенно меньше микроинтервалов (см. выше)). Но свободное движение элементарной частицы на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, согласно нашим рассуждениям, носит ярко выраженный волновой вероятностный и в общем случае релятивистски-инвариантный характер. В связи с этим попытаемся определить дополнительные требования, которые необходимо предъявить к волновому вероятностному и в общем случае релятивистски-инвариантному характеру свободного движения на малых расстояниях $\bar{l} \le 2p\,\mathbf{h}/p$ элементарной заряженной частицы, чтобы данная частица испускала линейно поляризованное пороговое черенковское излучение, т.е. излучение, имеющее две независимые поляризационные компоненты. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

В рамках классической электродинамики пороговое черенковское излучение в немагнитной среде (как и любое электромагнитное излучение) описывается уравнениями [3-5]:

$$\nabla^2 \vec{A}_i - \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}_i}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c}\vec{j}_i, \quad \nabla^2 \varphi_i - \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon}\rho_i, \tag{3}$$

где $\vec{A}_i, \varphi_i$ - потенциалы порогового черенковского излучения, ρ_i - плотность заряда свободно движущейся заряженной частицы, $\vec{j}_i$ - плотность тока движущейся заряженной частицы.

В данном случае, как уже отмечалось, свободное движение точечного заряда q (заряженной частицы) на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ носит волновой вероятностный и в общем случае релятивистски-инвариантный характер. В этом случае, согласно нашим рассуждениям, свободное движение описывается волновой функцией ψ вероятностным образом (см. выше), при этом данная волновая функция ψ является решением волнового уравнения свободного движения (в общем случае волновое уравнение свободного движения должно быть еше и релятивистски инвариантным).

Уже указывалось (подробнее, см. ниже), что волновое уравнение, описывающее свободное движение материальной частицы на расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ (без учета влияния наличия или отсутствия структуры у частицы на данное движение), можно записать в виде (1.1г) или (1.1д). При этом волновая функция ψ свободной частицы имеет вид плоской волны $\psi = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et-\vec{p}\vec{r})}$ или группы плоских волн. Отметим также, что в случае, когда волновая функция ψ свободной частицы имеет вид плоской волны, уравнения свободного движения (1.1г) и (1.1д) могут быть записаны в виде (1.1а,б).

Исходя из уравнения свободного движения (1.1г) (данное уравнение по своему виду совпадает с уравнением Шредингера для свободной микрочастицы), плотность заряда и плотность тока свободной заряженной частицы в нерелятивистском случае можно записать в виде (см., например [17])

$$\rho_i \sim q\psi\psi^*, \qquad \vec{j}_i \sim q\frac{i\hbar}{2m}\left(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi\right), \tag{4а}$$

при этом волновую функцию ψ свободной частицы пока считаем ненормируемой.

В релятивистском случае, исходя из уравнения свободного движения (1.1д) (уравнение (1.1д) по своему виду совпадает с уравнением Клейна-Гордона для свободной микрочастицы), плотность заряда и плотность тока свободной заряженной частицы можно описать следующим образом (см., например [17])

$$\rho_i \sim q\frac{i\hbar}{2m_0c^2}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right), \qquad \vec{j}_i \sim q\frac{i\hbar}{2m_0}\left(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi\right), \tag{4б}$$

Легко показать, что, когда волновая функция ψ имеет вид плоской волны $\psi = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et-\vec{p}\vec{r})}$, выражения (4а) для плотности заряда и для плотности тока принимают вид (нерелятивистская область)

$$\rho_i \sim q\psi\psi^*, \qquad \vec{j}_i \sim \frac{\vec{p}}{m}q\psi\psi^*, \tag{4в}$$

а выражения (4б) можно переписать (релятивистская область)

$$\rho_i \sim \frac{E}{m_0c^2}q\psi\psi^*, \quad \vec{j}_i \sim \frac{\vec{p}}{m}q\psi\psi^*. \tag{4г}$$

Известно, что решения уравнений (1) можно записать в виде запаздывающих потенциалов [10]:

$$\varphi = \frac{1}{\varepsilon}\int\frac{\rho_{t-R/c}}{R}dV, \qquad \vec{A} = \frac{1}{c}\int\frac{\vec{j}_{t-R/c}}{R}dV, \tag{5а}$$

Подставляя выражения (4г) в (5а), легко получить для порогового черенковского излучения

$$\vec{A} \sim \frac{\vec{p}\varepsilon}{mc}\varphi. \tag{5б}$$

Как видно из (5б), векторный потенциал поля порогового черенковского излучения направлен вдоль оси импульса $\vec{p}$ (или вдоль оси скорости $\vec{V}$) частицы. Магнитное поле

$\vec{H} = i[\vec{k}\,\vec{A}]$ направлено, следовательно, перпендикулярно к плоскости, проходящей через $\vec{p}$ и $\vec{k}$. Электрическое же поле перпендикулярно магнитному и потому лежит в указанной плоскости.

Таким образом, свободная элементарная (бесструктурная) частица испускает линейно поляризованное пороговое черенковское излучение при движении на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ и, следовательно, данное излучение имеет две независимые поляризационные компоненты (как показано в [3-5], черенковское излучение, в том числе пороговое черенковское излучение, также является линейным поляризованным при движении элементарной (бесструктурной) частицы на больших расстояниях $l >> l = 2\pi\hbar/p$).

Отсюда следует, что потенциалы линейно поляризованного порогового черенковского излучения (испускаемого свободной элементарной (бесструктурной) заряженной частицей) имеют две независимые компоненты: A_1, A_2 и φ_1, φ_2. Укажем, что компоненты потенциалов A_1, φ_1 и A_2, φ_2 удовлетворяют скалярным уравнениям вида (3), поскольку уравнения (3) линейны. При этом на основании (4г) для релятивистской области можно записать

$$\rho_1 \sim \frac{E}{m_0c^2} q\psi_1\psi_1^*,\ j_1 \sim \left|\frac{\vec{p}}{m} q\psi_1\psi_1^*\right|,\ \rho_2 \sim \frac{E}{m_0c^2} q\psi_2\psi_2^*,\ j_2 \sim \left|\frac{\vec{p}}{m} q\psi_2\psi_2^*\right|. \quad (6)$$

Как следует из (5а) и (6) наличие двух независимых компонент у потенциалов линейно поляризованного порогового черенковского излучения при свободном движении элементарной (бесструктурной) заряженной частицы на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ объясняется наличием двух независимых компонент ψ_1, ψ_2 у волновой функции ψ этой частицы.

Таким образом, линейная поляризация волнового поля порогового черенковского излучения, испускаемого элементарной (бесструктурной) заряженной частицей при ее свободном движении на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$, является следствием того, что волновая функция ψ, характеризующая свободное движение данной элементарной частицы ($m \neq 0$) вероятностным образом, имеет две независимые компоненты (ψ_1, ψ_2). При этом в релятивистском случае общее количество компонент волновой функции ψ равно четырем, поскольку в этом случае наряду с волновыми функциями ψ с положительными частотами появляются волновые функции ψ с отрицательными частотами [1] .

Итак, в анализируемом случае, как уже отмечалось, линейно поляризованное поле порогового черенковского излучения, испускаемого бесструктурной (элементарной) свободной частицей, можно рассматривать в виде совокупности двух независимых поляризационных компонент. В результате, состояние бесструктурной (элементарной) частицы при ее свободном движении на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ следует также рассматривать в виде совокупности двух независимых компонент (ψ_1, ψ_2), поскольку состояние движения частицы в предшествующий момент времени ($t' = t - R/c$) определяет электромагнитные потенциалы, описывающие пороговое черенковское поле (см. (5а) и (6)). То есть волновая функция ψ, характеризующая свободное движение данной элементарной частицы ($m \neq 0$) в предшествующий момент времени вероятностным образом, как и поле порогового черенковского излучения, должна иметь две независимые компоненты (общее число компонент волновой функции в релятивистском случае равно четырем).

Отметим, что из однородности пространства и времени вытекает эквивалентность всех положений свободной частицы в пространстве и эквивалентность состояний движения свободной частицы во все моменты времени. Отсюда следует, что волновая функция ψ свободной элементарной (бесструктурной) частицы имеет две независимые компоненты ψ_1, ψ_2 во все моменты времени (общее число компонент волновой функции в релятивистском случае равно четырем).

В противном случае при свободном движении составной (сложной) точечной частицы, состоящей из элементарных частиц и обладающей структурой, волновая функция ψ имеет одну или несколько линейно независимых компонент. Поясним, что на основании требования релятивистской инвариантности волновая функция ψ может быть не только скаляром или спинором, но и вектором, а также тензором, т.е. функция ψ может иметь одну или несколько линейно независимых компонент.

При этом, как следует из изложенного, волновая функция ψ, описывающая свободное движение элементарной (бесструктурной) точечной частицы ($m \neq 0$), является спинором и имеет две независимые компоненты. Понятно, что с учетом требования релятивистской инвариантности волновая функция ψ элементарной (бесструктурной) частицы, имеющая две независимые компоненты (общее число компонент волновой функции в релятивистском случае равно четырем) должна быть спинором.

Данный вывод о спинорной волновой функция ψ элементарной (бесструктурной) точечной частицы ($m \neq 0$), имеющей две независимые компоненты, является необходимым, но не достаточным условием элементарности частицы. Другими словами, если частица элементарна, то ее волновая функция ψ обязательно является спинором и имеет две независимые компоненты. Но если известно, что волновая функция ψ частицы является спинором, то это не означает, что данная частица обязательна элементарна (подробнее см. раздел 2).

Легко видеть, что вывод о спинорной волновой функциии ψ, имеющей две независимые компоненты и характеризующей свободное движение данной бесструктурной (элементарной) частицы ($m \neq 0$) вероятностным образом, можно распространить на нерелятивистский случай ($V \ll c$).

Таким образом, свободное движение заряженной точечной частицы на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$, зависит также от структуры частицы. Эта зависимость отражается в количестве независимых компонент волновой функции ψ.

В результате, можно сформулировать следующие дополнительные свойства волновой функции ψ (эти свойства волновой функции ψ отсутствуют в квантовой теории):

1. при описании свободного движения частицы без учета влияния наличия или отсутствия структуры у частицы на это движение волновая функция ψ является скаляром;

2. при описании свободного движения частицы с учетом наличия у нее структуры волновая функция ψ имеет одну или несколько линейно независимых компонент, удовлетворяющих волновому уравнению свободного движения;

3. в частности, если свободная частица является элементарной (бесструктурной), то волновая функция ψ является спинором и имеет две независимые компоненты.

При свободном движении частиц на расстояниях $l \gg \lambda = 2\pi\hbar/p$, как будет показано ниже, волновое уравнение свободного движения переходит в уравнение эйконала, которое при $\omega = E/\hbar$, $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$ совпадает с релятивистским (или нерелятивистским при v<<c) уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля. В результате, роль структуры частицы при описании ее движения на расстояниях $l \gg \lambda = 2\pi\hbar/p$ нивелируется [1]. При этом выражения (4) или (6) принимают вид

$$\rho = q\delta(\vec{r} - \vec{r}_0(t)), \quad \vec{j} = q\vec{V}(t)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0(t)).$$

Итак, при допущении справедливости первого закона Ньютона (и его релятивистского аналога в СТО) только на расстояниях $l \gg \lambda = 2\pi\hbar/p$, возникает вопрос о свободном движении частиц на малых расстояниях, вплоть до расстояний $l \le \lambda = 2\pi\hbar/p$, поскольку ньютоновская экстраполяция неверна. Другими словами, даже в рамках классической физики, первый закон Ньютона и его релятивистский аналог в СТО справедливы при описании движения частиц только на расстояниях $l \gg \lambda = 2\pi\hbar/p$ и ошибочны при описании движения на малых расстояниях $l \le \lambda = 2\pi\hbar/p$. Поэтому ньютоновская и эйнштейновская модели свободного движения нуждаются в уточнении и обобщении.

Опираясь на первый закон Ньютона и его релятивистский аналог в СТО, которые согласно нашим выводам справедливы только на расстояних $l \gg \lambda = 2\pi\hbar/p$, на основании анализа указанного выше мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения классических частиц на малых расстояниях с помощью порогового черенковского излучения, можно обосновать единую модель свободного движения частиц, которая как раз уточняет и обобщает первый закон Ньютона (и его релятивистский аналог в СТО) и справедлива для всех материальных тел в природе.

Далее, мы постулируем единую модель свободного движения частиц пока только на основании изложенных выше качественных рассуждений о том, что ньютоновская экстраполяция неверна и свободное движение всех материальных тел в природе (в том числе свободное движение на малых расстояниях $l \le \lambda = 2\pi\hbar/p$) имеет волновой, вероятностный и релятивистски инвариантный характер. Затем в данном разделе мы займемся анализом свойств постулируемой единой модели свободного движения частиц. Подробное обоснование всех пяти пунктов постулируемой единой модели проведено в разделе 2. Отметим, что на качественном уровне все пять пунктов постулируемой единой модели свободного движения частиц были обоснованы выше.

Единую модель свободного движения частиц можно постулировать в виде закона, уточняющего и обобщающего первый закон Ньютона (и его релятивистский аналог в СТО) [1]. При этом для удобства последующего анализа разобьем формулировку постулируемой единой модели свободного движения на пять пунктов следующим образом:

1.«В отсутствии воздействий частица (или материальная точка) находится либо в состоянии покоя, либо в состоянии свободного движения, которое имеет волновой и релятивистски-инвариантный характер и описывается волновым уравнением Гельмгольца (1.1):

$$\nabla^2\psi(x,t) + k^2\psi(x,t) = 0, \qquad (1.1а)$$

или

$$\nabla^2\psi(x) + k^2\psi(x) = 0. \qquad (1.1б)$$

2. решение этого уравнения в виде плоской волны (1.2) с частотой $\omega = E/\hbar$ и волновым вектором $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$, где E — энергия частицы, p — импульс частицы, $\hbar$ — постоянная Планка:

$$\psi(x,t) = Ae^{-i(\omega t - kx)},\ \omega = E/\hbar,\ k = p/\hbar, \qquad (1.2а)$$

или

$$\psi(x) = Ae^{i(kx)},\ k = p/\hbar \qquad (1.2б)$$

характеризует свободное движение частицы вероятностным образом: а именно, $|A|^2 = \psi\psi^*$ определяет плотность вероятности нахождения частицы в пространстве и при соответствующей нормировке совпадает с ней;

3. при описании свободного движения частицы без учета ее структуры данная плоская волна (1.2) является скаляром;

4. при описании свободного движения частицы с учетом наличия у нее структуры плоская волна (1.2) имеет одну или несколько линейно независимых компонент, удовлетворяющих волновому уравнению свободного движения (1.1);

5. в частности, если свободная частица является элементарной, то данная плоская волна (1.2) является спинором и имеет две независимые компоненты».

Еще раз подчеркнем, что на качественном уровне все пять пунктов постулируемой единой модели свободного движения частиц были обоснованы выше. Более подробное обоснование всех пяти пунктов данной постулируемой модели свободного движения проведено в разделе 2.

На основании нашего мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения классических частиц с помощью порогового черенковского излучения можно также сделать следующие дополнительные выводы (подробнее, см. раздел 2). Во-первых, точность, с которой свободное движение частиц аппроксимируется волновым движением, имеющим вышеописанный характер, определяется из соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей в квантовой теории (см. ниже (1.6) или (2.9) в разделе 2). Во-вторых, границы применимости единой модели свободного движения частиц определяются расстояниями, соизмеримыми с радиусом электрона $r_e \approx e^2/mc^2$, который существенно меньше микроинтервалов, т.е. данная модель свободного движения справедлива для расстояний $l \geq r_e \approx e^2/mc^2$, где $r_e << 2\pi\hbar/mc$.

Соответственно, инерциальную систему можно определить как систему отсчета, по отношению к которой частица в отсутствии воздействий либо покоится либо движется свободно указанным выше образом (см. (1.1) и (1.2)), при этом точность описания состояния покоя или состояния свободного движения определяется из соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей (см.(1.6) или (2.9) в разделе 2).

Остановимся подробнее на вопросе об инерциальной системе отсчета. Ошибочная экстраполяция, заложенная в постулатах релятивистской и нерелятивистской классической механики, приводит к ограниченности этих постулатов даже в рамках классической физики. Данные постулаты работают на промежутках $l >> h/p$ и не работают на промежутках $l \leq h/p$. В новых постулатах должна быть заложена истинная форма экстраполяции, а не ошибочная ньютоновская форма. Таким образом, мы идем по пути достраивания классической физики (мы не отказываемся от постулатов Ньютона и их релятивистских аналогов, а считаем их правильными только на расстояниях $l >> h/p$). Поэтому в качестве инерциальной системы мы можем оставить стандартные инерциальные системы релятивистской и нерелятивистской классической механики. В таких «старых» инерциальных системах на расстояниях $l >> h/p$ будут выполняться постулаты Ньютона и релятивистские аналоги этих постулатов, а также новые обобщенные постулаты о единой модели свободного движения и о единой динамике (см., приложение 1), которые на расстояниях $l >> h/p$, согласно нашим рассуждениям, должны совпадать с постулатами Ньютона и их релятивистскими аналогами. При этом в этих же инерциальных системах движение частиц на расстояниях $l \leq h/p$ описывается в соответствии с новыми обобщенными постулатами о единой модели свободного движения и о единой динамике (см. приложение 1), согласно которым движение на расстояниях $l \leq h/p$ носит волновой вероятностный и в общем случае релятивистски инвариантный характер.

Посуществу единая модель свободного движения частиц отличается от ньютоновской модели свободного движения (и релятивистского аналога ньютоновской модели - модели свободного движения в СТО) только видом экстраполяции движения с больших расстояний (где это движение можно считать равномерным и прямолинейным при скоростях v << c, а также еще и лоренц-инвариантным при v ~ c) на малые расстояния. Но именно другой вид экстраполяции приводит в конечном счете к принципиально иной модели свободного движения частиц, т.е. к иной природе свободного движения всех материальных тел.

Укажем, что, как и в стандартной классической физике, постулированию единой модели свободного движения частиц должно предшествовать введение понятий пространства, времени, материальной точки (частицы) и силы (в случае построения единой модели динамики на основе единой модели свободного движения). Здесь следует пояснить, что, также как и в релятивистской эйнштейновской механике, в рамках единой модели свободного движения понятия пространства и времени могут вводиться (хотя и не обязательно) в форме единого пространства–времени с метрикой $ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$. Кроме того, при введении понятия материальной точки (частицы) надо иметь в виду, что, в отличие от классической физики и квантовой физики, как будет показано ниже, в рамках единой модели свободного движения у материальной точки (частицы) появляется дополнительный параметр – структура материальной точки (частицы). Также следует иметь в виду, что, как и в квантовой механике, материальная точка в рамках единой модели свободного движения имеет бесконечное число степеней свободы.

Отметим, что, используя подстановку $p^2 = 2mE$ и $E\psi(r,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(r,t)$, уравнение (1.1) в нерелятивистском случае можно записать в виде уравнения, аналогичного по виду временному уравнению Шредингера для микрочастицы в отсутствии внешнего поля (подобным образом в квантовой механике, исходя из стационарного уравнения Шредингера, можно получить временное уравнение Шредингера [12,17])

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}. \qquad (1.1г)$$

В релятивистской области ($E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$), поступая аналогичным образом и используя подстановку $\frac{\partial^2\psi(r,t)}{\partial t^2} = -\frac{E^2}{\hbar^2}\psi(r,t)$, уравнение (1.1) можно записать в виде уравнения Клейна-Гордона для свободной частицы

$$\nabla^2\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\psi = 0. \qquad (1.1д)$$

Решениями уравнений (1.1г, д) могут также являться группы волн вида (1.2) ($\Delta\omega \neq 0$, $\Delta x \neq 0$, $\Delta y \neq 0$, $\Delta z \neq 0$).

Следует отметить, что свободное движение частиц можно описывать не только однородной плоской монохроматической волной (1.2), а группой волн (1.2). Групповая скорость суперпозиции волн (1.2) совпадает со скоростью частицы (см. (2.6.1) в разделе 2). Поэтому при постулировании единой модели свободного движения частиц вместо постулируемого уравнения (1.1) и его решения (1.2) можно постулировать уравнение (1.1д) и решение этого уравнения в виде группы волн (1.2) (из уравнения (1.1д) при $v \ll c$ легко получить (1.1г)).

Покажем теперь, что из единой модели свободного движения частиц вытекают все три постулированные в современной физике модели свободного движения (модели свободного движения в классической механике, СТО и квантовой теории).

Здесь следует отметить следующее. Качественное обоснование единой модели свободного движения частиц, изложенное выше, основывалось с одной стороны на первом законе Ньютона и его релятивистском аналоге в СТО (в виде релятивистского или нерелятивистского уравнения Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля), которые считались справедливыми только на расстояниях $l \gg 2\pi\hbar/p$, с другой – на волновом вероятностном и в общем случае релятивистски инвариантном характере свободного движения на малых расстояниях $l \leq \lambda = 2\pi\hbar/p$ (о чем свидетельствует анализ мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения частиц на малых расстояниях с помощью порогового черенковского излучения).

При этом выше были обоснованы волновые уравнения свободного движения в виде (1.1) или в более общем виде (1.1г,д). Решениями (1.1г,д) могут являться группы (пакеты) волн вероятности вида (1.2). Особо отметим, что из требования справедливости первого закона Ньютона и его релятивистского аналога в СТО только на расстояниях $l \gg 2\pi\hbar/p$ (данные законы описывают на расстояниях $l \gg 2\pi\hbar/p$ свободное движение как движение по прямолинейной траектории с постоянной скоростью) помимо обоснования волновых уравнений свободного движения вида (1.1г,д) «автоматически» появляется дополнительное условие о том, что размеры пакета волн вероятности (1.2) должны быть малыми и стремиться к нулю при $\hbar \to 0$. Поясним, что, нашему исходному требованию о движении на расстояниях $l \gg 2\pi\hbar/p$ физических тел, в том числе тел большой массы и больших размеров, по прямолинейной траектории с постоянной скоростью (это следует из первого закона Ньютона и его релятивистского аналога) соответствует требование описания свободного движения физических тел на малых расстояниях $l \leq 2\pi\hbar/p$ с помощью волновых пакетов (являющихся решениями (1.1г,д)) с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\hbar \to 0$.

Верно и обратное. В данном случае, по аналогии с квантовой механикой, при подстановке $y = A(x,t)e^{ij}$ (где фаза $j = S/\mathbf{h}$ является большой величиной) в уравнения (1.1г,д) наряду с соответствующими уравнениями Гамильтона-Якоби можно получить соответствующие уравнения непрерывности [16]. Анализ уравнений непрерывности показывает, что по законам классической механики с классической скоростью $V = const$ «перемещается» плотность вероятности, а не сама частица. Получить движение частицы с постоянной скоростью $V = const$ по прямолинейной траектории, можно только при дополнительном условии, что размер группы волн вида (1.2) мал, и стремится к нулю при $\mathbf{h} \to 0$ [6,16].

Поэтому, при движении на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ из (1.1г,д) может следовать первый закон Ньютона и его релятивистский аналог только при вышеуказанном дополнительном условии.

Таким образом, в рамках единой модели свободного движения дополнительное условие, связанное с описанием свободного движения физических тел (в том числе тел большой массы и больших размеров) на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью волновых пакетов (являющихся решениями (1.1г,д)) с узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$, появляется естественным образом из-за требования справедливости постулатов Ньютона и их релятивистских аналогов на больших расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$. Именно данное условие совместно с уравнениями свободного движения (1.1г,д) обеспечивает при $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ предельный переход к первому закону Ньютона и его релятивистскому аналогу применительно к физическим телам большой массы и больших размеров (подробнее, см. раздел 2).

В отличие от единой модели свободного движения частиц, в стандартной квантовой механике никаких физических оснований для описания свободного движения волновыми пакетами с узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$ не имеется. Именно поэтому классическую механику нельзя считать предельным частным случаем квантовой механики в применении к физическим телам большой массы и больших размеров [6].

Здесь следует также отметить, что в рамках квантовой механики имеется другой вариант пути решения вопроса о взаимосвязи классической механики и квантовой механики, основанный на теоремах Эренфеста [15,23,24]. Смысл следствий теорем Эренфеста можно изложить следующим образом. Рассмотрим средние значения операторов таких физических величин, которые имеют классический аналог. Будем также рассматривать в координатном представлении такие волновые функции, которые являются волновыми пакетами с очень узкой локализацией. Тогда временная эволюция средних значений операторов физических величин, имеющих классический аналог, определяется классическими уравнениями (уравнениями классической механики). Однако, как следует из изложенного, и при таком подходе никаких физических оснований для описания движения тел большой массы и больших размеров с помощью волновых функций в виде волновых пакетов с очень узкой локализацией не имеется.

В данном разделе для простоты мы рассмотрим предельный переход к нерелятивистской и релятивистской классической механике на примере волнового уравнения свободного движения вида (1.1) и его решения в виде идеализированной плоской однородной монохроматической волны вероятности (1.2).

Прежде всего, рассмотрим, как на основании предлагаемой модели описывается свободное движение материальных частиц (или материальных тел) на пространственных (и временных) промежутках с характерными размерами $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$ в нерелятивистском случае.

Легко видеть, что в нерелятивистском случае, когда $v << c$ и под энергией свободно движущейся частицы следует понимать только ее кинетическую энергию, уравнение (1.1) не меняет своего вида, при этом $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$, где $E = p^2/2m$ — нерелятивистская энергия частицы, p — нерелятивистский импульс частицы.

В дальнейшем нерелятивистский аналог уравнения (1.1) мы будем называть нерелятивистским уравнением (1.1).

Очевидно, что при $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$ (или при $l \to 0$), нерелятивистское уравнение (1.1) «переходит» в уравнение эйконала (точнее, приближенно описывается уравнением эйконала). Далее можно показать, что уравнение эйконала при $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$ тождественно совпадает с нерелятивистским уравнением Гамильтона-Якоби, описывающим движение частицы в отсутствии внешнего поля (отметим, что из сопоставления уравнения эйконала с нерелятивистским уравнением Гамильтона-Якоби легко получить, что эти уравнения тождественно совпадают, когда $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$).

Но уравнение Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля описывает равномерное прямолинейное движение частицы.

Рассмотрим этот вопрос подробнее. Если $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$ (или $l \to 0$), то волну (1.2) можно записать в виде $y = ae^{ij}$, где фаза j является большой величиной. Тогда из нерелятивистского уравнения (1.1) получаем уравнение эйконала, которое имеет вид

$(\nabla j)^2 = k^2$, где $-\dfrac{\partial j}{\partial t} = w$, j — фаза или эйконал. (1.3)

Нерелятивистское уравнение Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля можно записать в виде

$(\nabla S)^2 = p^2$ и $-\dfrac{\partial S}{\partial t} = E$, (1.4)

где S — нерелятивистское действие,

p — нерелятивистский импульс частицы,

E — нерелятивистская энергия частицы и $E = p^2 / 2m$,

функция гамильтона H=E, т.к. энергия частицы сохраняется при ее движении.

Сопоставляя уравнение эйконала (1.3) с уравнением Гамильтона-Якоби (1.4), легко показать, что эти уравнения тождественно совпадают при условии

$j = S/\mathbf{h}$

или при условии

$k = \nabla j = \nabla S/\mathbf{h} = p/\mathbf{h}$ и $w = -\dfrac{\partial j}{\partial t} = -\dfrac{\partial S}{\partial t}\cdot\dfrac{1}{\mathbf{h}} = \dfrac{E}{\mathbf{h}}$, (1.5)

где $\mathbf{h}$ — обезразмеривающий коэффициент, имеющий размерность действия — постоянная Планка.

Здесь поясним, что фаза j не имеет размерности, а механическое действие S имеет размерность действия. Поэтому постоянная Планка $\mathbf{h}$ в данном случае появляется как коэффициент пропорциональности между S и j и имеет размерность действия.

Таким образом, из предлагаемой модели свободного движения следует, что свободное движение частицы на пространственных (и временных) промежутках с характерными размерами $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ в нерелятивистском случае ($v << c$) описывается нерелятивистским уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля и имеет вид равномерного прямолинейного движения, т.е. из предлагаемой модели в данном случае вытекает общепринятая в классической механике модель свободного движения.

Теперь рассмотрим, как на основании предлагаемой модели описывается свободное движение материальных тел при релятивистских скоростях на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$.

При скоростях $v \approx c$ необходимо принять во внимание, что волновое уравнение (1.1) релятивистски инвариантно. Следовательно, при $v \approx c$ формулы кинематики свободного движения частицы, в том числе при перемещении частицы на большие расстояния $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$, должны быть инвариантными к преобразованиям Лоренца.

Поясним, что в данном случае уравнение (1.1) при движении на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ приближенно описывается уравнением эйконала вида (1.3), которое, как легко показать, при $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$ (где E — релятивистская энергия частицы, p — релятивистский импульс) совпадает с релятивистским уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля. Это релятивистское уравнение описывает движение данной частицы, имеющее равномерный прямолинейный, а также лоренц-инвариантный характер, и его можно записать в виде, аналогичном (1.4), где S — релятивистское действие, p — релятивистский импульс частицы, E — релятивистская энергия частицы, т.е. $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$.

Таким образом, в релятивистском случае кинематика свободного движения для расстояний $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ становится лоренц-инвариантной.

Другими словами, согласно рассматриваемой модели свободного движения, при перемещении свободной релятивистской частицы на расстояния $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$, кинематика Ньютона (а, следовательно, и динамика Ньютона) модифицируется так, чтобы выполнялась инвариантность к преобразованиям Лоренца, что и составляет суть СТО.

А уже из преобразований Лоренца получаются основные эффекты СТО: релятивистский закон сложения скоростей и существование предельной скорости, совпадающей со скоростью света в вакууме; относительность одновременности (события одновременные в одной инерциальной системе отсчета, в общем случае неодновременны в другой); замедление течения времени и сокращение продольных размеров в быстодвижущемся теле; зависимость массы от скорости; пропорциональность между массой и полной энергией.

Перейдем к анализу движения свободных частиц, например микрочастиц, на малых пространственных (и временных) промежутках с характерными размерами $l \leq l = 2p\,\mathbf{h}/p$ на основании рассматриваемой единой модели свободного движения (без учета структуры частицы).

В нерелятивистском случае нерелятивистское уравнение свободного движения (1.1) можно трактовать как уравнение Шредингера в отсутствии взаимодействий (как известно, уравнение Шредингера может быть записано в виде (1.1)). А решение нерелятивистского уравнения (1.1) в виде плоской волны (1.2) с $w = E/\hbar$ и $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$ можно трактовать как нерелятивистскую волну де Бройля.

Аналогично, в релятивистском случае уравнение (1.1) можно трактовать как уравнение Клейна-Гордона для свободной частицы (это уравнение также можно записать в виде (1.1)), а волну (1.2) — как релятивистскую волну де Бройля.

Таким образом, из рассматриваемой модели свободного движения в случае движения частицы на пространственных (и временных) промежутках $l >> 2\pi\hbar/p$ со скоростью $v << c$ вытекает модель свободного движения, постулированная в классической нерелятивистской механике (первый закон Ньютона); а также релятивистская модель свободного движения, постулированная в СТО, если $v \approx c$. В случае свободного движения частицы на малых пространственных (и временных) промежутках при условии $l \leq l = 2\pi\hbar/p$ из данной модели следует де Бройлевская модель свободного движения (квантовая модель свободного движения), постулированная в квантовой теории.

Итак, согласно анализируемой модели свободного движения, между движением классических частиц и микрочастиц нет никакой принципиальной разницы, и их движение может описываться единым образом (см. (1.1) и (1.2)) и в этом смысле данную модель можно считать единой.

Попытаемся определить точность, с которой свободное движение частицы можно аппроксимировать вышеописанным волновым движением.

Как известно, волна (1.2), как и любая другая плоская монохроматическая волна, является идеализацией. Реальная волна описывается волновым пакетом с $\Delta w \neq 0$ и размерами $\Delta x \neq 0$, $\Delta y \neq 0$, $\Delta z \neq 0$, определяющими пространственную протяженность волнового пакета.

В данном случае в любой момент времени положение точечной частицы при ее движении определяется с точностью до размеров $\Delta x \neq 0$, $\Delta y \neq 0$, $\Delta z \neq 0$ волнового пакета.

С другой стороны, размеры волнового пакета Δx, Δy, Δz, определяются из известного в теории волн соотношения: $\Delta x \sim 1/\Delta k_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z$. Из данного соотношения с учетом (1.5) легко получить:

$$\Delta x \sim \hbar/\Delta p_x, \quad \Delta y \sim \hbar/\Delta p_y, \quad \Delta z \sim \hbar/\Delta p_z \tag{1.6}$$

или $$\Delta p_x \Delta x \sim \hbar, \quad \Delta p_y \Delta y \sim \hbar, \quad \Delta p_z \Delta z \sim \hbar.$$

Выражение (1.6) определяет точность, с которой свободное движение частицы аппроксимируется данным волновым движением и имеет вид, аналогичный соотношениям неопределенностей для микрочастиц в квантовой теории (более строгое обоснование (1.6) проводится в разделе 2, см.(2.9)).

Уже отмечалось, что при движении частицы на расстояниях $l >> 2\pi\hbar/p$ (в этом случае $\psi = ae^{i\varphi}$, где $\varphi = S/\hbar$ является большой величиной, т.е. $\hbar \to 0$) уравнение (1.1) при условии (1.5) переходит в нерелятивистское или релятивистское уравнение Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля (см. (1.4)). При этом, как следует из (1.6) при $\hbar \to 0$, точность с которой данное уравнение Гамильтона-Якоби описывает движение частицы, может быть сколь угодно большой.

По аналогии с квантовой механикой, из (1.6) также следует вывод о невозможности состояния полного покоя для частицы, поскольку при $\Delta x \neq 0$, из (1.6) вытекает, что $\Delta p \neq 0$ и, следовательно, частица имеет отличную от нуля энергию. В данном случае частица, находящаяся в равновесии, как бы вибрирует около точки равновесия. В предельном случае, когда можно считать, что $l = h/p \to 0$, т.е. $h \to 0$ (например в случае частиц большой массы), из (1.6) следует, что вибрацией частицы около точки равновесия можно пренебречь и считать, что состояние покоя является полным. Другими словами, можно сказать, что состояние покоя (как и состояние свободного движения) описывается с точностью, которая определяется из соотношений (1.6).

Теперь перейдем к анализу постулируемой нами единой модели свободного движения частиц.

Формально содержание первых двух пунктов единой модели свободного движения в основном совпадает с современной моделью свободного движения в квантовой теории. Однако имеются и существенные отличия. Единая модель свободного движения отличается от квантовой модели свободного движения по своему физическому содержанию. Дело в том, что, согласно единой модели свободного движения, волновой вероятностный и релятивистски-инвариантный характер свободного движения справедлив для всех материальных тел в природе, а не только для микрочастиц в микромире (как это постулируется в квантовой теории).

В результате, стирается барьер между макромиром и микромиром. Поясним, что в настоящее время в физике имеется концептуальная проблема, суть которой заключается в том, что из-за разного характера движения в макромире и микромире существует непреодолимый барьер между макромиром и микромиром. При обычном подходе нельзя перейти из макромира в микромир и наоборот (по крайней мере, для тел большой массы и размеров). Трудно понять, где лежит граница между микромиром и макромиром. Как связать два этих предела: микромир и макромир [6].

Согласно обсуждаемой модели, свободное движение классических частиц в макромире и микрочастиц в микромире носит, вообще говоря, единый волновой вероятностный, а также релятивистски-инвариантный характер (см., например, (1.1) и (1.2))..

Просто природа так устроена, что тела большой массы и размеров (макротела), в конечном счете, всегда двигаются на больших пространственных (и временных) промежутках $l >> 2\pi\hbar/p$ (например, планеты) и в этом случае волновой и вероятностный характер движения не играет существенной роли. Для описания свободного движения таких тел не обязательно пользоваться точным уравнением (1.1), а удобнее воспользоваться приближенными уравнениями, следующими из (1.1), которые, как было показано выше, совпадают с уравнениями свободного движения в классической механике или в СТО (например, с нерелятивистским или релятивистским уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля).

Другие тела в природе (микротела малой массы и размеров) всегда двигаются на малых пространственных (и временных) промежутках (например, электроны в атоме). Для описания свободного движения таких тел необходимо принимать во внимание волновой и вероятностный характер движения и пользоваться более точным уравнением свободного движения (1.1) и его решением в виде волны вероятности (1.2).

В этой связи отметим еще одну концептуальную проблему физики, которая решается с помощью единой модели свободного движения. Речь идет о проблеме согласования ОТО с принципом неопределенности [7,8].

В присутствии гравитационного поля с метрикой g^{ik} уравнение свободного движения (1.1) можно переписать в виде [9,10]

$$(-g)^{-1/2}\cdot\frac{\partial}{\partial x^i}\left[(-g)^{1/2}g^{ik}\frac{\partial}{\partial x^k}\psi\right]-\frac{m^2c^2}{\hbar^2}\psi=0, \tag{1.1в}$$

где g — определитель матрицы $\left\|g^{ik}\right\|, i,k=0,1,2,3$.

Уравнение (1.1в), согласно ОТО (общей теории относительности) с учетом единой модели свободного движения, описывает, строго говоря, движение частицы как малой, так и большой массы в гравитационном поле с метрикой g^{ik}, Формально данное уравнение (1.1в) можно рассматривать как уравнение (1.1), записанное в римановом пространстве. Очевидно, что вероятностная трактовка решений уравнения (1.1) при записи этого уравнения в римановом пространстве сохраняется. Кроме того, уже отмечалось, что точность, с которой уравнение (1.1) описывает свободное движение частиц, определяется из соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей в квантовой теории (см. (1.6) или (2.9) в разделе 2). Поэтому при записи уравнения (1.1) в римановом пространстве точность описания движения уравнением (1.1в) также будет определяться из соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей, записанных в римановом пространстве.

Нами уже отмечалось, что неправильная ньютоновская экстраполяция движения «автоматически» проникла в ОТО. Именно ньютоновская экстрополяция не позволяет согласовать ОТО с принципом неопределенности.

Поскольку в единой модели свободного движения заложен другой вид экстраполяции движения, то, как ясно из изложенного, проблема согласования ОТО и принципа неопределенности легко решается в рамках данной единой модели движения.

На больших пространственно-временных промежутках уравнение (1.1в) должно переходить в уравнение Гамильтона-Якоби, которое описывает движение частицы в гравитационном поле по геодезической линии со сколь угодно большой точностью. В данном случае, как следует из соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей (см. (1.6) или (2.9) при $\hbar\to 0$), точность, с которой данное уравнение Гамильтона-Якоби описывает движение частицы в гравитационном поле на больших пространственно-временных промежутках (существенно превышающих атомные масштабы), может быть сколь угодно большой.

Как показано в [1], уравнение (1.1в) переходит в уравнение Гамильтона-Якоби, описывающее, движение частицы по геодезической линии, при условии

$$w=E/\hbar,\ \vec{k}=\vec{p}/\hbar \text{ (или при } k_i=p_i/\hbar\text{)}. \tag{1.1в1}$$

Таким образом, уравнение (1.1в) совместно с условием (1.1в1), согласно единой модели свободного движения, уточняет и обобщает описание движения частицы в гравитационном поле в рамках ОТО (подробнее см. [1]).

Отсюда следует, что, опираясь на единую модель свободного движения, можно развить «квантово механическую» интерпретацию ОТО. Другими словами, можно уточнить и обобщить ОТО, основываясь на уравнении (1.1в) и условии (1.1в1) (а не на уравнении геодезической). Еще раз подчеркнем, что уравнение (1.1в) при условиии (1.1в1), согласно нашим рассуждениям, является более общим законом движения в поле гравитации [1].

Поясним, что совместное рассмотрение уравнения движения (1.1в) с классическими уравнениями поля тяготения (уравнениями Эйнштейна), которые, как известно, записываются в виде

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik} ,$$

приводит к «квантово механической» релятивистской теории тяготения. Действительно, уравнение движения в поле гравитации (1.1в), также как и уравнения движения в силовых полях в релятивистской и нерелятивистской квантовой механике, является волновым уравнением, решения (1.1в) имеют вероятностную трактовку, а точность описания движения этим уравнением определяется соотношениями, аналогичными по виду соотношениям неопределенностей. При этом поле тяготения описывается классическими уравнениями Эйнштейна, также как в квантовой механике электромагнитное поле описывается классическими уравнениями Максвелла.

Относительно уравнений Эйнштейна следует отметить следующее. Как известно, уравнения Эйнштейна нелинейны и решения этих уравнений приводит к совместному определению поля тяготения и уравнений движения материи в этом поле, т.е. уравнения Эйнштейна содержат в себе и уравнения движения масс в поле тяготения. В частности, из уравнений Эйнштейна можно получить уранение движения пробной частицы в гравитационном поле в виде уравнения геодезической. Согласно изложенному, в рамках единой модели свободного движения уравнение геодезической описывает движение частицы в поле гравитации на больших пространственно-временных промежутках (существенно превышающих атомные масштабы). Поэтому в рамках единой модели свободного движения уравнения Эйнштейна, содержащие в себе уравнение геодезической, должны быть справедливыми только на больших пространственно-временных промежутках. Из наших рассуждений также следует, что для описания полей тяготения на малых пространственно-временных промежутках, соизмеримых с атомными масштабами, уравнения Эйнштейна могут быть уточнены (и обобщены) таким образом, чтобы уточненные уравнения поля содержали в себе уравнение движения материальной частицы в гравитационном поле не в виде уравнения геодезической, а в более общем виде (1.1в). Кроме того уточненные уравнения гравитационного поля при описании поля на больших пространственно-временных промежутках (т.е. в классическом пределе) должны переходить в уравнения Эйнштейна.

Для получения уточненных (и обобщенных) уравнений гравитационного поля, описывающих это поле на малых пространственно-временных промежутках, соизмеримых с атомными масштабами, можно использовать следующий алгоритм.

Опираясь на уравнение движения материальной частицы в поле тяготения в виде (1.1в), можно найти действие S_m, для которого вариационный принцип $\delta S_m = 0$ приводит к уравнению (1.1в), а также найти тензор энергии-импульса T_{ik}, отвечающий данному действию S_m (см., например, [11]). Затем следует найти действие S_Σ для системы многих материальных частиц, удовлетворяющих (1.1в). Далее, исходя из вариационного принципа $\delta(S_g + S_\Sigma) = 0$, где $\delta S_g = -\frac{c^3}{16\pi k} \delta \int R\sqrt{-g}\, d^4x = -\frac{c^3}{16\pi k} \int (R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R) \delta g_{ik} \sqrt{-g}\, d^4x$ - вариация действия для гравитационного поля [10], можно получить искомые уточненные уравнения поля. Полученные таким образом уравнения будут описывать гравитационное поле в присутствии материальных частиц и будут содержать в себе уравнение движения материальной частицы в виде (1.1в), а не в виде уравнения геодезической. Уже отмечалось, что уравнение (1.1в) описывает движение материальных частиц с точностью до соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей. Следовательно, и уточненные уравнения поля, которые получаются с помощью вариационного принципа $\delta(S_g + S_\Sigma) = 0$ и содержат в себе уравнение вида (1.1в), должны описывать гравитационное поле с точностью до соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей.

В случае наличия не только материальных частиц, но и электромагнитного поля в рассматриваемом случае следует исходить из вариационного принципа $\delta(S_g + S_\Sigma + S_{эм}) = 0$, где $S_{эм}$ - действие для электромагнитного поля.

Теперь продолжим анализ единой модели свободного движения. Отметим, что обоснование первых двух пунктов единой модели (см. раздел 2) фактически приводит к обоснованию постулата о лоренц-инвариантности движения, а также постулатов де Бройля и Борна (постулат о вероятностной трактовке волновой функции в квантовой теории) для всех материальных тел в природе. При этом постулаты де Бройля и Борна не только обосновываются, но и обобщаются. Действительно, согласно единой модели движения, данные постулаты справедливы при движении частиц на малых расстояниях, удовлетворяющих условию $l \le \lambda = 2\pi \hbar / p$, не только в микромире, но и в макромире. В частности этому условию удовлетворяют частицы малой массы (классические и микрочастицы) при движении на расстояниях, соизмеримых с микроинтервалами.

При свободном движении частиц на расстояниях $l >> l = 2p\mathbf{h}/p$ (или в приближении коротких длин волн) уравнение (1.1) приближенным образом можно записать в виде уравнения эйконала, которое при $w = E/\mathbf{h}$, $\vec{k} = \vec{p}/\mathbf{h}$ совпадает с релятивистским (или нерелятивистским при v<<c) уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля (см. (1.3), (1.4), (1.5)). Тогда можно приближенно считать, что движение частицы происходит по прямолинейной траектории и это движение является равномерным прямолинейным и в общем случае релятивистски инвариантным. При этом можно также считать, что вероятность p нахождения частицы в определенной точке траектории стремится к единице ($p \to 1$ и $p \approx 1$). Таким образом, в случае свободного движения частиц при условии $l >> l = 2p\mathbf{h}/p$ волновой и вероятностный характер свободного движения не играет существенной роли. В частности, условие $l >> l = 2p\mathbf{h}/p$, как правило, выполняется для частиц большой массы.

До сих пор анализировались первые два пункта единой модели свободного движения частиц. Перейдем теперь к анализу оставшихся трех пунктов данной модели движения.

Итак, согласно пунктам.3, 4, 5 единой модели свободного движения, движение точечной частицы (материальной точки) зависит также от структуры частицы (структуры материальной точки). Эта зависимость отражается в количестве независимых компонент волны вероятности (1.2).

Таким образом, в отличие от ньютоновской модели (и модели свободного движения в СТО), согласно единой модели свободного движения, у материальной точки появляется дополнительный параметр, а именно: структура материальной точки.

На основании единой модели свободного движения материальных частиц, можно придти к фундаментальному выводу о том, что свободное движение частицы не только описывает перемещение частицы (которое имеет волновой вероятностный и релятивистски-инвариантный характер, см. пп.1 и 2), но это движение также несет информацию о структуре движущейся частицы.

Этим фундаментальным фактом единая модель свободного движения материальных частиц также отличается от всех предшествующих моделей движения (например, от моделей свободного движения Ньютона, Эйнштейна, де Бройля). Поясним, что все предшествующие модели свободного движения материальных частиц описывали изменение положения частицы в пространстве (т.е. описывали перемещение частицы) и не описывали зависимость движения от структуры частицы.

По существу пункты 3, 4, 5 единой модели свободного движения относятся к частицам (классическим и микрочастицам), движущимся на расстояниях, удовлетворяющих условию $l \leq l = 2p\mathbf{h}/p$, когда надо учитывать волновой и вероятностный характер движения. Данное условие выполняется при движении частиц малой массы на расстояниях $l \leq l = 2p\mathbf{h}/p$ как в классической физике, так и в квантовой физике.

При свободном движении частиц на расстояниях $l >> l = 2p\mathbf{h}/p$ (или в приближении коротких длин волн) уравнение (1.1) переходит в уравнение эйконала, которое при $w = E/\mathbf{h}$, $\vec{k} = \vec{p}/\mathbf{h}$ совпадает с релятивистским (или нерелятивистским при v<<c) уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля (см. (1.3), (1.4), (1.5)). В результате, роль структуры частицы при описании ее движения на расстояниях $l >> l = 2p\mathbf{h}/p$ нивелируется [1].

Уже отмечалось, что количество независимых компонент волны вероятности (1.2), согласно единой модели свободного движения, может зависеть от структуры материальной частицы. Легко видеть, что по аналогии с квантовой теорией в рамках единой модели свободного движения можно ввести понятие спина J материальной частицы, при этом связь между спином J частицы и количеством независимых компонент n волны (1.2), также как и в квантовой теории, будет определяться формулой: $n = 2J+1$. Таким образом, в рамках единой модели свободного движения мы можем ввести понятие спина J частицы как параметра, определяющего количество независимых компонент волны (1.2) по формуле: $n=2J+1$, и распространить понятие спина на любые частицы (классические и микрочастицы) при условии $l \leq l = 2p\mathbf{h}/p$. Отсюда следует новая для современной физики связь, а именно, связь между спином частицы и ее структурой.

Особо подчеркнем, что в настоящее время в квантовой теории природа спина остается невыясненной. В то же время, как следует из изложенного, в рамках единой модели свободного движения спин частицы определяет количество независимых компонент волны (1.2) и, тем самым, характеризует структуру частицы.

Как уже указывалось, на основании единой модели свободного движения формулируется теоретический критерий элементарности частиц (см. п.5) , а именно, если частица элементарна, то свободное движение данной частицы ($m \neq 0$) описывается плоской волной (1.2), которая имеет две независимые компоненты (общее число компонент волновой функции в релятивистском случае равно четырем) и является спинором (подробнее, см. раздел 2).

Критерий элементарности может быть также сформулирован следующим образом: если частица элементарна, то ее спин $J = 1/2$. Поскольку количество независимых компонент n и спин частицы J связаны соотношением $n=2J+1$, то при $n = 2$, $J = 1/2$.

Данный критерий, как показано в разделе 2, является необходимым, но не достаточным условием элементарности. Другими словами, если частица элементарна, то ее спин $J = 1/2$. Но если спин частицы $J = 1/2$, то это не означает, что частица элементарна.

Из критерия элементарности следует, что частица, обладающая спином $J \neq 1/2$, не является элементарной и имеет сложную (составную) структуру.

Отметим, что в настоящее время теоретический критерий элементарности частиц отсутствует в современной физике.

В общем случае, как следует из единой модели свободного движения, необходимо учитывать тот факт, что волна (1.2) может иметь несколько независимых компонент, удовлетворяющих уравнению (1.1). При этом состояние свободной частицы при ее движении описывается уравнением (1.1) совместно с условием, определяющим количество независимых компонент волны (1.2).

Например, пусть свободная релятивистская частица описывается уравнением (1.1) совместно с условием, что волна (1.2) является спинором и имеет две независимые компоненты (общее число компонент в релятивистском случае равно четырем). Такая совокупность уравнения (1.1) и данного условия приводит к уравнению, аналогичному по виду уравнению Дирака для свободной микрочастицы со спином J=1/2 [1].

Таким образом, на основании предлагаемой модели движения, можно получить уравнения свободного движения с учетом наличия спина (или структуры) у частицы, при этом данные уравнения совпадают по виду с аналогичными уравнениями квантовой теории. Однако полученные уравнения отличаются от уравнений квантовой теории по своему физическому содержанию, поскольку они описывают движение как классических частиц, так и микрочастиц [1].

В заключение анализа единой модели свободного движения отметим следующее. С учетом того, что точность, с которой уравнение (1.1) описывает свободное движение, определяется из соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей (см. (1.6) или (2.9) в разделе 2), а также с учетом того, что волна (1.2) имеет вероятностную трактовку, можно сделать вывод о возможности использования при математическом описании единой модели свободного движения и динамики, построенной на основе единой модели свободного движения (см. приложение1), математического формализма, применяемого в нерелятивистской и релятивистской квантовой теории.

Следует также отметить, что при ретроспективном взгляде, исходя из того, что фотон является безмассовой частицей со спином J=1, на основании единой модели свободного движения частиц можно получить уравнения Максвелла [1].

2. Подробное обоснование единой модели свободного движения частиц

Теперь подробно рассмотрим вопросы, связанные с обоснованием постулирования единой модели свободного движения частиц.

Уже указывалось, что «отслеживание» свободного движения частицы с помощью линейки и хронометра на больших пространственных и временных промежутках, соизмеримых с точностью линейки и хронометра (см. рис. 1), не позволяет однозначно ответить на вопрос: как движется свободная частица на малых пространственных и временных промежутках, существенно меньших точности линейки и хронометра?

Для ответа на этот вопрос, попытаемся «отследить» свободное движение точечной материальной частицы на малых пространственных и временных промежутках более подробным и строгим образом, чем это сделано в разделе 1.

С этой целью, еще раз рассмотрим движение электрически заряженной частицы с постоянной скоростью $\mathrm{v}_ч \ge c/n(w)$ по оси тонкого пустотелого канала неограниченной длины, проделанного в однородной изотропной и прозрачной в оптическом диапазоне среде с показателем преломления $n(w)$. При этом полагаем, что радиус канала r (поперечный размер пустотелого канала) удовлетворяет условию $r_{am} << r \le 2p\,c/n(w)w$, где r_{am} — радиус атомов среды, а саму частицу считаем точечной и обладающей массой.

Как уже отмечалось, движение такой частицы будет сопровождаться излучением Вавилова-Черенкова. В данном случае, поскольку канал пустотелый и радиус этого канала превосходит радиусы атомов среды, следует пренебречь рассеянием частицы в кулоновском поле ядер атомов среды, возникновением тормозного излучения, ионизационными потерями, связанными со столкновениями частицы, и ограничиться рассмотрением только черенковского излучения (т.е. в данном случае мы имеем дело с черенковским излучением в чистом виде).

Как известно, излучение Вавилова-Черенкова происходит под углом θ к направлению движения частицы, а угол θ и мощность излучения w равны (см. рис.2) [3-5]:

$$\cos q = \frac{c}{n(w)\mathrm{v}_ч}, \qquad \mathrm{w} = \frac{q^2 \mathrm{v}_ч}{c^2} \cdot \left[\int\limits_{c/n(w)\mathrm{v}_ч \le 1} w(1-\cos^2 q)\,dw \right], \qquad (2.1а,б)$$

где w – мощность излучения, q — заряд частицы.

Причем вершина конуса черенковского излучения всегда совпадает с мгновенным положением заряженной частицы.

Выше указывалось, что данное движение электрически заряженной частицы по оси пустотелого канала не является равномерным, так как происходит потеря энергии частицы на черенковское излучение. Поэтому можно ввести в рассмотрение силу, тормозящую заряженную частицу при ее движении - черенковскую силу трения (работа этой силы в прозрачной среде равна излучаемой энергии) [3-5].

Таким образом, движение рассматриваемой заряженной частицы по оси пустотелого канала есть движение частицы на которую действует черенковская «лучистая» сила трения (сравни с движением шара, показанным на рис. 1) .

Так же как и в разделе 1, устремим черенковскую силу трения к нулю и исследуем движение частицы.

С этой целью опять рассмотрим ситуацию, когда $\mathrm{v}_ч > c/n_{\max}$ и $c/n_{\max} \to \mathrm{v}_ч$ (т.е. $\mathrm{v}_ч \approx c/n_{\max}$), где $n_{\max} = n(w_0)$ - максимальный из всех показателей преломления n(ω) для волн, могущих распространяться в среде, ω_0 — частота, на которой показатель преломления среды имеет максимальное значение $n_{\max}$ [1]. В данном случае, как следует из (2.1а,б), угол θ будет стремиться к нулю; мощность порогового черенковского излучения также будет стремиться к нулю; излучение будет становиться монохроматическим (так как вследствие частотной дисперсии среды существует порог по частоте); групповая скорость порогового излучения будет совпадать с фазовой (для частоты, на которой n максимально, $dn/dw = 0$ и, следовательно, групповая скорость совпадает с фазовой (см. (2.3)), причем фазовая скорость стремится совпасть со скоростью электрически заряженной частицы ($c/n_{\max} \to \mathrm{v}_ч$).

При этом движение частицы можно считать свободным, поскольку сила, тормозящая частицу при ее излучении, устремляется к нулю (гравитационное взаимодействие и взаимодействие частицы с вакуумом не принимаем во внимание).

В разделе 1 указывалось, что в рассматриваемом случае электромагнитное материальное возмущение, распространение которого представляет собой пороговое черенковское излучение с исчезающе малой мощностью, можно трактовать как электромагнитную волновую метку частицы, движение которой совпадает с перемещением частицы при ее свободном движении, как на малых, так и больших пространственных (и временных) промежутках. Мгновенное положение такой волновой метки всегда совпадает с мгновенным положением рассматриваемой заряженной точечной частицы при ее свободном движении (см. рис. 3).

Действительно, распространение порогового черенковского излучения со сколь угодно малой мощностью представляет собой распространение точечного электромагнитного материального возмущения (см. рис. 3). В рассматриваемом случае данное точечное электромагнитное возмущение и точечная частица при своем свободном движении (точнее, при движении частицы, когда $F_{TP} \to 0$) «бегут» рядом ($V_ч t \approx \frac{c}{n_{\max}} t$) и мгновенное положение в пространстве точечного электромагнитного материального возмущения (электромагнитной волновой метки частицы) и точечной частицы совпадают.

Как показано на рис.3, в момент нахождения движущейся частицы в произвольной точке A_0 одновременно в ту же точку пространства A_0 приходят сферические волны, испущенные частицей в точках: A_3, A_2, A_1. Эти волны интерферируют между собой, складываясь по амплитуде только в точке A_0.

Поэтому, вместо того, чтобы «отслеживать» свободное движение самой частицы на малых пространственных (и временных) промежутках, нам достаточно «отследить» распространение электромагнитной волновой метки этой частицы (мгновенное положение метки всегда совпадает с мгновенным положением частицы).

Но электромагнитная метка в виде электромагнитного возмущения порогового черенковского излучения распространяется по волновым законам. Отсюда следует, что свободное движение частицы на малых расстояниях $l \le l_ч$ должно носить волновой характер, и ньютоновская экстраполяция неверна.

Кроме того, распространение такой электромагнитной волновой метки частицы должно быть еще и релятивистски-инвариантным (т.к. уравнения Максвелла инвариантны к преобразованиям Лоренца). Таким образом, свободное движение частицы на малых расстояниях $l \le l_ч$ должно носить не только волновой, но и релятивистски-инвариантный характер.

Строго говоря, в данном случае, как следует из волновой теории, пороговое черенковское излучение представляет из себя квазимонохроматический ($\Delta w \neq 0, \Delta w << w_0$) световой пучок с конечными размерами в поперечном направлении и с пренебрежимо малой интенсивностью

$$j = A(x,y,z,t)\, e^{-i(w_0 t - k_0 x)}, \qquad (2.2а)$$

где $A(x,y,z,t)$ - комплексная амплитуда, медленно меняющаяся в масштабах периода $T = 2p/w_0$ и длины волны $l_ч$ порогового черенковского излучения, w_0 — пороговая частота, для которой $n(w_0) = n_{\max}$, $k_0 = \frac{w_0}{c} n_{\max}$.

Другими словами, электромагнитное пороговое возмущение, распространение которого образует волны порогового черенковского излучения, не является точечным, как это показано на рис.3, а занимает конечную область пространства.

В рассматриваемом случае заряженную частицу можно считать точечной. А пороговое черенковское излучение, фактически испускаемое атомами и молекулами среды, следует рассматривать как квазимонохроматический ($\Delta w << w_0$) световой пучок с конечными поперечными размерами и с пренебрежимо малой интенсивностью.

Волновое поле порогового черенковского излучения (2.2а) можно рассматривать как суперпозицию однородных плоских волн с близкими частотами и направлениями распространения. Поперечные размеры d ($\Delta y \sim \Delta z \sim d$) квазимонохроматического светового пучка (2.2а) существенно превосходят длину волны $l_ч$ порогового черенковского излучения. Отметим, что величина d ограничена снизу пространственным соотношением неопределенности: $\Delta k \cdot d \geq p$, связывающим пространственный масштаб любой функции с шириной его пространственного спектра.

Поскольку $\Delta w \neq 0$ и $\Delta w << w_0$, размер группы волн (2.2а) по оси x является большим ($\Delta x \approx 1/\Delta k_x >> l_ч$) и этот размер значительно превосходит $l_ч$ (квазимонохроматичность порогового черенковского излучения приводит к ограничению волнового поля в направлении его распространения по оси x). В результате, при «отслеживании» свободного движения частиц на расстояниях $l < \Delta x \approx 1/\Delta k_x$, в том числе на малых расстояниях порядка длины волны $l_ч$, можно рассматривать группу волн порогового черенковского излучения (2.2а) как монохроматический волновой пучок с частотой w_0 вида $j = A(x,y,z)\, e^{-i(w_0 t - k_0 x)}$. Как известно, любой световой монохроматический пучок вида: $j = A(x,y,z)\, e^{-i(w_0 t - k_0 x)}$, в том числе рассматриваемый монохроматический пучок порогового черенковского излучения, описывается параболическим уравнением, которое можно получить из волнового уравнения при условии медленности изменения амплитуды: $\left|\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right| << k_0 \left|\frac{\partial A}{\partial x}\right|$).

Итак, при «отслеживании» свободного движения частицы по оси x (одномерное движение) на расстояниях $l < \Delta x \approx 1/\Delta k_x$ мы имеем дело с группой волн порогового черенковского излучения (2.2а), которую можно рассматривать как монохроматический световой пучок с конечными поперечными размерами ($\Delta y, \Delta z \sim d$) и частотой w_0 (интенсивность данного пучка стремится к нулю). Более того, при $x < x_Д = d^2/l_ч$ ($x_Д$ - дифракционная длина пучка, d – поперечный размер пучка) можно считать рассматриваемый монохроматический пучок порогового черенковского излучения нерасходящимся и имеющим плоский волновой фронт. Поэтому, при «отслеживании» свободного движения частицы на малых пространственных (и временных) промежутках с характерными размерами порядка $l_ч << x_Д$ (где $l_ч$ — длина волны порогового черенковского излучения), световое поле порогового черенковского излучения (2.2а) можно представить в виде монохроматической квазиплоской волны

$$j = A(y,z) e^{-i(w_0 t - k_0 x)}, \qquad (2.2б)$$

где $|A(y,z)|^2 \to 0$, поскольку интенсивность порогового черенковского излучения может быть сколь угодно малой.

Как уже отмечалось, групповая скорость порогового черенковского излучения (см. (2.2а,б)) в данном случае равна фазовой скорости $c/n_{\max}$, которая, в свою очередь, равна скорости частицы ($v_ч \approx c/n_{\max}$). Действительно:

$$\mathrm{v}_{гр} = c\left[n(w_0) + w_0\left(\frac{dn}{dw}\right)_{w_0}\right]^{-1} = \frac{c}{n_{\max}} \approx \mathrm{v}_ч\,, \qquad (2.3)$$

где $n(w_0) = n_{\max}$, $\left(\dfrac{dn}{dw}\right)_{w_0} = 0$.

Точечная заряженная частица при своем свободном движении в любой момент времени находится в пределах постранственной области, занимаемой в этот момент пороговым электромагнитным возмущением, поскольку скорость частицы $\mathrm{v}_ч$ и групповая скорость $V_{гр}$ волнового пучка порогового черенковского излучения равны ($V_{гр} = V_ч = c/n_{\max}$, см. (2.3)). В данном случае (см. (2.2б)) электромагнитное возмущение всегда находится в плоскости перпендикулярной направлению его распространения и имеет конечные поперечные размеры $\Delta y, \Delta z$. Иначе говоря, мгновенное положение точечной частицы и порогового электромагнитного возмущения совпадают с точностью до поперечных размеров $\Delta y, \Delta z$ этого возмущения. Легко видеть, что, если поперечные размеры пучка порогового черенковского излучения устремить к нулю ($\Delta y \to 0, \Delta z \to 0$), мы получим идеализированный случай, показанный на рис.3.

Волновое поле порогового черенковского излучения j вида (2.2б) можно рассматривать как функцию, описывающую положение в пространстве и времени материального электромагнитного возмущения, распространение которого образует пороговое черенковское излучение. Необходимо определить (точнее, аппроксимировать (см. раздел 1)) функцию y, характеризующую положение в пространстве и времени точечной частицы при ее свободном движении. Поскольку мгновенные положения порогового электромагнитного возмущения и частицы совпадают (с точностью до поперечных размеров $\Delta y, \Delta z$ этого возмущения), то функция y должна распространяться (изменяться в пространстве с течением времени) точно также как и волновое поле j (см. (2.2б)), при этом функция y будет описывать положение в пространстве и времени точечной частицы при ее свободном движении на малых расстояниях порядка $l_ч$.

Распространяться как волновое поле j (2.2б) может другое волновое поле (или группа плоских волн), у которого групповая скорость и направление распространения совпадает с групповой скоростью и направлением распространения волнового поля j (2.2б). Следовательно, в данном случае функция y, характеризующая положение частицы в пространстве и времени при ее свободном движении по оси x (одномерное движение), может являться волновым полем, аналогичным по виду полю (2.2б), при этом данное поле y должно распространяться в направлении оси x с той же групповой скоростью, что и волновое поле j (2.2б). Частота w и волновое число k волнового поля y, описывающего положения в пространстве и времени точечной частицы при ее свободном движении, могут отличаться от w_0 и k_0 электромагнитного волнового поля j (2.2б) порогового черенковского излучения (см. ниже).

Электромагнитное волновое поле j (2.2б) порогового черенковского излучения при отслеживаниии свободного движения частицы на малых расстояниях порядка $l_ч$ можно рассматривать как суперпозицию однородных плоских волн с одинаковой частотой w_0 и близкими направлениями распространения, при этом данная суперпозиция (2.2б), является квазиплоской монохроматической волной. Поэтому волновое поле y, которое должно иметь вид, аналогичный полю j (2.2б), также следует рассматривать как суперпозицию однородных плоских волн с одинаковой частотой и близкими направлениями распространения, т.е. как квазиплоскую монохроматическую волну.

Таким образом, задача сводится к определению физического смысла и параметров (например, w и k) волновой функции (волнового поля) y, которая описывает положение в пространстве и времени точечной частицы при ее свободном движении на малых расстояниях порядка $l_ч$ и которая является квазиплоской монохроматической волной, имеющей вид, аналогичный (2.2б). Кроме того, необходимо определить вид и порядок уравнения, решением которого является функция y. Групповая скорость волновой функции y должна совпадать с групповой скоростью поля j (2.2б).

С целью решения данной задачи, сначала, необходимо исследовать идеализированный случай описания свободного движения с помощью функции y_n в виде однородной плоской монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси x с той же групповой скоростью, что и волновое поле y, и определить свойства и параметры этой волны, в частности параметры w и k. И только затем можно приступить к анализу суперпозиции однородных плоских волн y_n в виде функции y , характеризующей положение частицы в пространстве и времени при ее свободном движении на малых расстояниях $l \leq l_ч$ по оси x и имеющей вид квазиплоской монохроматической волны, аналогичной волне j (2.2б).

Итак, рассмотрим вышеуказанный идеализированный случай, когда свободное движение точечной заряженной частицы вдоль оси x описывается плоской однородной монохроматической волной (при условии совпадения скорости группы волн вида (2.4а) с групповой скоростью волнового поля (2.2б)):

$$y_n = A_n e^{-i(wt-kx)}, \quad \text{где } A_n = const. \tag{2.4а}$$

Еще раз подчеркнем, что при свободном движении заряженной частицы на малых расстояниях порядка $l_ч$ (где $l_ч$ — длина волны порогового черенковского излучения), пороговое черенковское излучение в виде суперпозиции (2.2б) плоских волн является квазиплоской волной, распространяющейся вдоль оси x с групповой скоростью, равной скорости частицы ($v_{гр} = v_ч$, см. (2.3)). В тоже время волна (2.4а) также имеет плоский фазовый фронт и распространяется вдоль оси x , как будет показано ниже, с такой же групповой скоростью $v_{гр} = v_ч$ (см.(2.6.1)), что и поле (2.2б). Таким образом, распространение вдоль оси x на малых расстояниях порядка $l_ч$ квазиплоской волны (2.2б) практически не отличается от распространения однородной плоской волны (2.4а) или группы волн вида (2.4а).

Теперь, прежде всего, следует определить вид и порядок волнового уравнения, описывающего свободное движение частицы, которому удовлетворяют волны (2.4а), а также определить ω, k и групповую скорость ($v_{гр}$) волны (2.4а). Следует также прояснить физический смысл волны (2.4а). В дальнейшем, под групповой скоростью ($v_{гр}$) волны (2.4а) мы будем подразумевать скорость группы волн вида (2.4а).

Волна (2.4а) характеризует свободное движение точечной материальной частицы и является решением некоторого волнового уравнения, вид и порядок которого нам предстоит определить.

На больших пространственных (и временных) промежутках искомое волновое уравнение должно тождественно совпадать с релятивистским (или нерелятивистским) уравнением Гамильтона-Якоби, описывающим движение частицы в отсутствие внешнего поля, т.е. должен выполняться первый закон Ньютона (и его релятивистский аналог в СТО).

С другой стороны, известно, что на больших расстояниях в приближении коротких длин волн (т.е. при $l \to 0$) искомое волновое уравнение должно «переходить» в уравнение эйконала (точнее, должно приближенно описываться уравнением эйконала).

Для того чтобы определить условия, при которых данное уравнение эйконала тождественно совпадает с релятивистским уравнением Гамильтона - Якоби (или при скоростях частицы $v \ll c$ с нерелятивистским уравнением Гамильтона - Якоби), сначала необходимо потребовать, чтобы эти уравнения совпадали по своему математическому виду.

Следовательно, уравнение эйконала должно иметь вид уравнения в частных производных первого порядка и второй степени, так как такой вид имеет релятивистское (или нерелятивистское) уравнение Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля.

Но как раз, только из уравнений второго порядка (или из параболических уравнений, получающихся из волновых уравнений второго порядка) при $l \to 0$ можно получить уравнения эйконала, которые являются уравнениями в частных производных первого порядка и второй степени.

Следовательно, волновое уравнение, описывающее свободное движение частицы, может быть уравнением второго порядка, и в силу монохроматичности волны (2.4а) это уравнение будет иметь вид:

$$\nabla^2 y + k^2 y = 0 \tag{2.5а}$$

или более общий вид:

$$\nabla^2 y - \frac{1}{v_ф^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0\,. \tag{2.5б}$$

Уравнение (2.5а) совпадает с уравнением (1.1) в анализируемой модели свободного движения (см. раздел 1).

Отметим, что уравнения Максвелла и, следовательно, волновые уравнения, вытекающие из уравнений Максвелла и описывающие распространение порогового черенковского излучения, инвариантны к преобразованиям Лоренца. Поскольку мгновенное положение частицы при ее свободном движении и мгновенное положение порогового электромагнитного черенковского возмущения совпадают (групповые скорости волн (2.4а) и волнового поля (2.2б) одинаковы и равны скорости частицы $V_ч$, см. (2.3) и (2.6.1)), то уравнение (2.5а) (или (1.1)) в общем случае также должно быть релятивистски-инвариантным (см. также (2.5б)).

Теперь определим условия, при которых уравнение эйконала (вытекающее из (2.5а) при $l \to 0$) и имеющее вид уравнения в частных производных первого порядка и второй степени, тождественно совпадает в общем случае с релятивистским уравнением Гамильтона-Якоби (или при скоростях v << c с нерелятивистским уравнением Гамильтона-Якоби) для частицы в отсутствии внешнего поля.

Как уже отмечалось (см., например (1.5)), уравнение эйконала и уравнение Гамильтона-Якоби полностью совпадают (в релятивистском и нерелятивистском случаях) при условии:

$$w = E/\mathbf{h} \text{ и } \mathrm{k} = \mathrm{p}/\mathbf{h} \qquad (2.6)$$

Легко показать, что групповая скорость волны (2.4а) при условии $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$ совпадает со скоростью $v_ч$ рассматриваемой свободной частицы, а значит и с групповой скоростью волнового поля (2.2а,б) (см. (2.3)):

$$\mathrm{v}_{гр} = \frac{dw}{dk} = \frac{dE}{dp} = \frac{cp}{\sqrt{p^2 + m_0 c^2}} = \frac{c^2 p}{E} = \mathrm{v}_ч, \quad \text{где } E = c\sqrt{p^2 + m_0 c^2}\ . \qquad (2.6.1).$$

Итак, решениями волнового релятивистски-инвариантного уравнения (2.5а) (или (1.1)) являются плоские волны (2.4а) с $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$. При этом групповая скорость волны (2.4а) совпадает с групповой скоростью волнового поля (2.2б), в результате чего данные группы волн распространяются одинаковым образом вдоль оси x. Групповые скорости волн (2.2б) и (2.4а) совпадают также со скоростью частицы $v_ч$ (см (2.3) и (2.6.1)). Отметим, что, хотя волновое уравнение (2.5а) (или (1.1)) в общем случае является релятивистски-инвариантным, при скоростях частицы v<<c данное уравнение (2.5а) (или (1.1)) и его решения можно записать в нерелятивистской форме.

Таким образом, согласно нашим рассуждениям, в идеализированном случае свободное движение частицы характеризуется однородной плоской волной (2.4а) (или (1.2)), у которой $w = E/\mathbf{h}$, и $\vec{k} = \vec{p}/\mathbf{h}$ и которая удовлетворяет в общем случае волновому релятивистски-инвариантному уравнению (2.5а) (или (1.1)).

Как отмечалось в разделе 1, в рассматриваемом случае, когда $l \sim l_ч >> 2p\mathbf{h}/p$, волновое уравнение (2.5а) (или (1.1)) приближенно можно представить в виде в виде уравнения эйконала, которое при $w = E/\mathbf{h}$, $\vec{k} = \vec{p}/\mathbf{h}$ совпадает с релятивистским уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля. Тогда можно приближенно считать, что движение частицы является равномерным прямолинейным и в данном случае релятивистски инвариантным. Таким образом, при свободном движении частиц на расстояниях, удовлетворяющих условию $l \sim l_ч >> 2p\mathbf{h}/p$, волновой характер свободного движения не играет существенной роли, хотя он и существует.

При этом пучок порогового черенковского излучения при распространении на малых расстояниях $l \le l_ч$ приближенно можно считать нерасходящимся (см. (2.2б)). Как известно, в ближней зоне дифракции ($l_ч << x_Д$, где $x_Д = d^2/l_ч$ - дифракционная длина пучка, d – поперечный размер пучка) волновой пучок распространяется по законам геометрической оптики. В результате, приближенно можно считать, что электромагнитное возмущение порогового черенковского излучения распространяется на расстояниях $l \sim l_ч$ прямолинейно со скоростью частицы ($v_{гр} = v_ч$, см. (2.3)).

Следует отметить, что, исходя из уравнения (2.5а) (или (1.1)), легко получить уравнения (1.1д) в релятивистском случае ($w = E/\mathbf{h}$, $\mathrm{k} = \mathrm{p}/\mathbf{h}$, $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$) и уравнение (1.1г) в нерелятивистском случае ($w = E/\mathbf{h}$, $\mathrm{k} = \mathrm{p}/\mathbf{h}$, $E = p^2/2m$) (см. раздел 1). Решениями уравнений (1.1г,д) могут являться суперпозиции волн вида (2.4а), в том числе суперпозиция в виде, аналогичном (2.7а,б).

Нами уже отмечалось, что, в действительности, свободное движение частицы на малых расстояниях описывается волновым полем (волновой функцией) y, являющемся суперпозицией волн вида (2.4а), при этом поле y характеризует положение частицы в пространстве и времени при ее свободном движении. В рассматриваемом случае волновое поле y может иметь вид, аналогичный (2.2а) или (2.2б), при условии совпадения групповых скоростей полей y и (2.2а,б) (см. (2.3) и (2.6.1)), а также при условии совпадения направлений распространения этих полей. Поэтому поле y, принимая во внимание (2.6), можно записать в виде

$$y = A(x, y, z, t)\, e^{-i(wt - kx)} \qquad (2.7а)$$

где $A(x, y, z, t)$ - комплексная амплитуда, медленно меняющаяся в масштабах периода $T = 2p/w$, $w = E/\mathbf{h}$, $k = p/\mathbf{h}$,

или

$$\psi = A(y,z)e^{-i(\omega t - kx)},\qquad (2.7б)$$

где $\omega = E/\hbar$ и $k = p/\hbar$.

Следует отметить, что полученные выводы о волновом характере свободного движения справедливы в приближении макроскопических уравнений Максвелла (уравнений макроскопической электродинамики), поскольку свойства черенковского излучения, в том числе порогового излучения, были получены на основе этих уравнений (см., например (2.1а), (2.1б)). Это означает, что данные выводы справедливы для минимальных пространственных (и временных) интервалов, которые являются малыми по сравнению с длиной волны черенковского порогового излучения (и ее периодом), но являются большими по сравнению с микроинтервалами.

С целью дальнейшего анализа характера свободного движения заряженной частицы на микроскопических пространственных (и временных) интервалах, соизмеримых с $\lambda = 2\pi\hbar/p$, в рамках данного подхода следует рассмотреть свободное движение ультрарелятивистской частицы с $\mathrm{v}_ч \to c$ ($E >> mc^2$) в однородной изотропной и прозрачной среде при условии $\mathrm{v}_ч > c/n_{\max}$ и $c/n_{\max} \to \mathrm{v}_ч$. Тогда из условий $\mathrm{v}_ч > c/n_{\max}$ и $c/n_{\max} \to \mathrm{v}_ч$ следует, что $n_{\max} \to 1$ (поскольку $\mathrm{v}_ч \to c$), т.е. свойства однородной изотропной среды (например, газовой среды) стремятся к свойствам вакуума. При этом макроскопические уравнения Максвелла в среде стремятся совпасть с микроскопическими уравнениями Максвелла в вакууме — уравнениями микроскопической электродинамики. Как известно, границы применимости классической электродинамики в вакууме (или в среде, стремящейся по своим свойствам к вакууму) определяются радиусом электрона $r_e = e^2/mc^2$, который существенно меньше микроинтервалов ($r_e << \lambda = \hbar/mc$) [7].

В данном случае можно рассматривать движение ультрарелятивистской частицы (при условии $\mathrm{v}_ч > c/n_{\max}$, $c/n_{\max} \to \mathrm{v}_ч$) непосредственно в среде ($n_{\max} \to 1$) и обойтись без канала, проделываемого в ней. Поскольку свойства среды стремятся к свойствам вакуума ($n_{\max} \to 1$), то, как и в случае пустотелого канала, можно считать, что мы имеем дело с черенковским излучением в чистом виде.

При свободном движения ультрарелятивистской частицы с $\mathrm{v}_ч \to c$ ($E >> mc^2$) в однородной изотропной среде, когда $\mathrm{v}_ч > c/n_{\max}$ и $c/n_{\max} \to \mathrm{v}_ч$, свойства однородной изотропной среды (например, газовой среды) стремятся к свойствам вакуума ($n_{\max} \to 1$), а дисперсия среды пренебрежимо мала. В этом случае легко показать, что размер $\Delta x \approx 1/\Delta k_X$ группы волн порогового черенковского излучения становится малым, а спектр становится широким, поскольку условия для порогового излучения выполняются сразу для многих длин волн. То есть в этом случае группа волн порогового черенковского излучения представляет из себя волновой пакет с узкой локализацией. Следовательно, и волновое поле ψ, совпадающее по виду с волновым полем порогового черенковского излучения, будет описываться волновыми пакетами с узкой локализацией (направления распространения данных волновых полей и их групповые скорости совпадают, см. (2.3) и (2.6.1)). Волновое поле ψ, представлящее собой волновой пакет с узкой локализацией, можно записать в виде суперпозиции волн (2.4а) при условии, что данная суперпозиция в каждый момент времени занимает малую область пространства

$$\psi(\vec r, t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} A(k) e^{-i(\omega t - \vec k \vec r)},\qquad (2.7в)$$

где $\Delta x \approx 1/\Delta k_x$, $\Delta y \approx 1/\Delta k_y$, $\Delta z \approx 1/\Delta k_z$ - малые величины.

Таким образом, свободное движение частиц можно описывать не только с помощью волны (2.4а), удовлетворяющей уравнению (2.5а), но и с помощью группы волн (2.4а), удовлетворяющей уравнению (1.1д).

Легко видеть, что результаты проведенного выше анализа свободного движения электрически заряженной частицы с помощью порогового черенковского излучения остаются в силе для данного случая движения ультрарелятивистской частицы с $\mathrm{v}_ч \to c$ ($E >> mc^2$) (см. уравнение (2.5а) и его решение (2.4а) с $\omega = E/\hbar$ и $k = p/\hbar$ или уравнение (1.1д) и решение этого уравнения в виде (2.7в)).

С другой стороны, эти результаты анализа свободного движения основываются теперь на уравнениях Максвелла в вакууме (точнее, на уравнениях Максвелла в среде, стремящейся по своим свойствам к вакууму) и оказываются справедливыми для микроинтервалов, соизмеримых с $\lambda = 2\pi\hbar/p$, поскольку $r_e << \lambda = \hbar/mc$.

При этом, как уже отмечалось, границы применимости проводимого анализа свободного движения частицы определяются границами применимости классической электродинамики в вакууме, т.е. расстояниями, соизмеримыми с радиусом электрона $r_e \approx e^2/mc^2$, где $r_e << l = \mathbf{h}/mc$.

Итак, согласно изложенному, при описании свободного движения частиц на расстояниях $l \sim l_ч >> 2p\,\mathbf{h}/p$ (где $l_ч$ — длина волны порогового черенковского излучения, принадлежащая оптическому диапазону прозрачности среды, в которой возникает данное излучение) волновая функция y может иметь вид квазиплоской волны (2.7б).

В более общем случае при описании свободного движения частицы на микроскопических пространственных (и временных) интервалах, соизмеримых с $l = 2p\,\mathbf{h}/p$, в частности движения ультрарелятивистской частицы, волновая функция y представляет из себя волновой пакет с узкой локализацией, который может быть формально описан выражением вида (2.7в). В этом случае, как следует из (2.9) (см. ниже), размеры волнового пакета стремятся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$ ($\Delta x \to 0, \Delta y \to 0, \Delta z \to 0$).

Следует отметить, что при анализе свойств черенковского излучения, в том числе порогового излучения, на микроинтервалах с помощью стандартного квантового подхода возникают квантовые добавки к углу θ и мощности w [3] (ср. с (2.1)):

$$\cos q = \frac{c}{n\mathrm{v}_ч} + \frac{n\mathbf{h}w}{2pc}\left(1-\frac{1}{n^2}\right), \quad \mathrm{w} = \frac{q^2\mathrm{v}_ч}{c^2}\left[\int\limits_{c/n(w)\mathrm{v}_ч \le 1} w\left(1-\cos^2 q + \frac{n^2\mathbf{h}^2w^2}{2c^2p^2}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\right)dw\right], \qquad (2.8а,б)$$

где n — коэффициент преломления среды.

Однако, как следует из (2.8) в данном ультрарелятивистском случае, когда $\mathrm{v}_ч \to c$ ($E >> mc^2$), $\mathrm{v}_ч > c/n_{\max}$, $c/n_{\max} \to \mathrm{v}_ч$ и следовательно свойства среды стремятся к свойствам вакуума ($n \to 1$), квантовые добавки обнуляются. Это означает, что для рассматриваемого ультрарелятивистского случая классическое описание свойств порогового черенковского излучения, основанное на уравнениях Максвелла в вакууме, совпадает с описанием, основанным на квантовом подходе, и можно пользоваться классическим описанием.

Отметим также, что как показывают специальные исследования, амплитуда и фаза черенковского излучения не имеет резких изменений вблизи от порога в случае заряженной точечной частицы равномерно движущейся в однородной изотропной среде [13].

Из анализа уравнения (2.5а) с учетом (2.6) вытекает, что при уменьшении скорости свободного движения частицы до значений $\mathrm{v}_ч << c$ уравнение (2.5а) и его решение (2.4а) сохраняют аналогичный вид в нерелятивистском случае, а уравнение (1.1д) принимает вид (1.1г).

Следовательно, полученные выводы можно распространить и на нерелятивистский случай.

В предыдущем разделе уже отмечалось, что выводы о волновом характере свободного движения при нерелятивистских скоростях можно также получить, используя акустический аналог черенковского излучения, например, анализируя движение частицы в воздухе со скоростью превышающей скорость звука. Поверхность, ограничивающая возмущенную область, в этом случае представляет собой фронт ударной волны — конус Маха (аналог черенковского конуса). Отслеживая движение данной частицы (без учета сопротивления воздуха и гравитации) с помощью волновой метки в виде порогового «черенковского» акустического излучения и используя рассуждения, приведенные выше, можно придти к выводам о волновом характере свободного движения частиц с нерелятивистскими скоростями. Здесь следует отметить, что нелинейные аэродинамические (или гидродинамические) уравнения линеаризуются в случае порогового излучения сколь угодно малой мощности.

Легко видеть, что, в случае «отслеживания» движения нерелятивистской частицы с помощью порогового акустического излучения, являющегося аналогом порогового черенковского излучения (см. также раздел1), описание свободного движения частицы волновыми пакетами с узкой локализацией также имеет место, поскольку дисперсия среды мала.

Теперь попытаемся определить точность, с которой свободное движение частицы можно аппроксимировать волновым движением, имеющим вышеописанный характер.

Уже отмечалось, что в общем случае при движении заряженной частицы, например ультрарелятивистской частицы, на микроскопических пространственных (и временных) интервалах, соизмеримых с $l = 2p\mathbf{h}/p$, реальное пороговое черенковское излучение описывается с помощью группы (пакета) плоских волн порогового черенковского излучения с узкой локализацией, при этом $\Delta x \neq 0$, $\Delta y \neq 0$, $\Delta z \neq 0$ и $\Delta w \neq 0$.

Также отмечалось, что функцию $y\ (x,t)$, описывающую положения в пространстве и времени точечной частицы при ее свободном движении на малых промежутках, в том числе на промежутках $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, можно аппроксимировать группой волн (2.4а) с $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$, обладающей такой же групповой скоростью (см. (2.6.1)) и направлением распространения, что и группа волн порогового черенковского излучения. Такая аппроксимация становится возможной на том основании, что мгновенные положения свободной частицы и электромагнитного возмущения в виде группы волн порогового черенковского излучения совпадают (хотя и с точностью до размеров группы волн порогового черенковского излучения $\Delta x \sim 1/\Delta k_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z$).

При этом точность аппроксимации определяется размерами группы волн (2.4а): $\Delta x \sim 1/\Delta k_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z$, где $k = p/\mathbf{h}$ (см. (2.6)).

В результате, легко получить:

$$\Delta x \sim 1/\Delta k_x = \mathbf{h}/\Delta p_x, \quad \Delta y \sim 1/\Delta k_y = \mathbf{h}/\Delta p_y, \quad \Delta z \sim 1/\Delta k_z = \mathbf{h}/\Delta p_z. \qquad (2.9)$$

или $\quad \Delta p_x \Delta x \sim \mathbf{h}, \quad \Delta p_y \Delta y \sim \mathbf{h}, \quad \Delta p_z \Delta z \sim \mathbf{h}.$

Чем больше размеры Δx, Δy, Δz данной группы волн (2.4а), тем с меньшей точностью мы можем определить положение точечной частицы в пределах Δx, Δy, Δz в данный момент времени при ее свободном движении и, наоборот. Следовательно, размеры группы волн (2.4а): Δx, Δy, Δz определяют точность описания свободного движения в рассматриваемом случае.

Выражение (2.9) совпадает с (1.6) и аналогично по виду соотношению неопределенностей для микрочастиц в квантовой теории. При этом данное выражение (2.9) определяет точность, с которой мы описываем свободное движение в рассматриваемом случае.

Отметим, что в волновой теории для группы волн наряду с соотношениями $\Delta x \sim 1/\Delta k_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z$ известно также соотношение, определяющее временную локализацию группы волн

$$\Delta w\, \Delta t \sim 1.$$

Принимая во внимание, что $w = E/\mathbf{h}$, последнее соотношение для группы волн (2.4а) можно переписать

$$\Delta E\, \Delta t \sim \mathbf{h} \qquad (2.9.1)$$

После того, как выше были приведены доводы в пользу волнового характера свободного движения материальных тел (см. уравнения (1.1) либо (2.5а), а также (1.1г,д)), рассмотрим вопросы, связанные с вероятностной трактовкой волн (2.4а) (или волн (1.2)).

Поскольку свободное движение имеет волновой характер, то в данном случае для обоснования вероятностного смысла волн (2.4а) (или (1.2)) можно использовать известные рассуждения М. Борна, которые были им приведены в пользу постулата о вероятностной трактовке волновой функции в квантовой теории [14,15].

Для обоснования вероятностной трактовки волн (2.4а) можно воспользоваться и иными рассуждениями, позволяющими более строго обосновать данную вероятностную трактовку.

Выше указывалось, что при свободном движении частицы, например заряженной ультрарелятивистской частицы, на расстояниях, удовлетворяющих условию $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$, волновое поле y представляет из себя волновые пакеты с узкой локализацией, которые описываются выражением (2.7в). Как следует из (2.9), размеры волнового пакета стремятся к нулю ($\Delta x \to 0, \Delta y \to 0, \Delta z \to 0$) при $\mathbf{h} \to 0$. Поле вида (2.7в) удовлетворяет уравнению (1.1д) в рассматриваемом релятивистском случае и уравнению (1.1г) в нерелятивистском случае.

Согласно нашим рассуждениям, с одной стороны, волновое поле y (см. (2.7в)) описывает положение частицы в пространстве и времени при ее свободном движении вдоль оси x, т.е. характеризует значения координат x, y, z частицы в любой данный момент времени t при ее свободном движении. С другой стороны, нами уже отмечалось, что размеры Δx, Δy, Δz волнового пакета с узкой локализацией, которым описывается функция y, определяют точность описания свободного движения в рассматриваемом случае (см. (2.9)). Так как мы не можем указать точные значения координат x, y, z частицы в пределах размеров волнового пакета y при ее движении вдоль оси x, то нам остается только одно: положить, что волновое поле (волновая функция) y характеризует значения координат частицы x, y, z в данный момент времени t только недетерминированным или вероятностным образом. Тогда волновое поле y (2.7в) (или его амплитуда) либо интенсивность этого поля $y y^*$ должны характеризовать вероятности значений координат x, y, z в момент времени t при движении свободной частицы. Но волновое поле y (так же как и его амплитуда) может быть комплексной величиной и поэтому в принципе не может характеризовать вероятности значений координат x, y, z в момент времени t при движении свободной частицы, поскольку вероятности должны быть всегда действительными и положительными величинами. А вот интенсивность данного поля - $y y^*$ (см. (2.7в)), как и вероятность, является действительной и положительной величиной. В результате, мы приходим к выводу, что интенсивность $y y^*$ может характеризовать распределение вероятностей значений координат x, y, z в момент времени t, т.е., может характеризовать плотность вероятности нахождения частицы в пространстве (см., таже раздел 1).

Отметим, что в случае, когда координаты частицы (x, y, z) при ее движении заданы не точно (см., например (2.9)), а с некоторой степенью неопределенности, то описание такого движения даже в классической физике всегда будет иметь вероятностный характер.

Причина вероятностной трактовки волнового поля y в рамках единой модели свободного движения состоит в неустранимом приближенном характере теоретического описания свободного движения частицы на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью группы плоских волн (2.4а). В свою очередь, причина неустранимого приближенного теоретического описания свободного движения частицы на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$ состоит в неустранимом приближенном характере «отслеживания» свободного движения частицы на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью группы плоских волн порогового черенковского излучения.

Дело в том, что в рамках единой модели «отследить» точным образом свободное движение точечной частицы принципиально невозможно, так как пороговое черенковское излучение в общем случае представляет собой группу волн с $\Delta w \neq 0$ и конечными размерами $\Delta x \approx 1/\Delta k_x$, $\Delta y \approx 1/\Delta k_y$, $\Delta z \approx 1/\Delta k_z$, которые и определяют точность «отслеживания».

Неустранимый приближенный характер «отслеживания» свободного движения частицы на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью группы плоских волн порогового черенковского излучения в конечном счете приводит к неустранимому приближенному теоретическому описанию свободного движения частицы с помощью группы плоских волн (2.4а), имеющей вид, аналогичный группе волн порогового черенковского излучения.

Как только что было показано выше, вероятностная трактовка движения возникает именно из-за неустранимого приближенного характера теоретического описания свободного движения на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью группы плоских волн (2.4а) (см. (2.9)). Только вследствие приближенного характера теоретического описания свободного движения с помощью группы волн (2.4а) можно показать, что данная группа волн (2.4а) является волной вероятности.

Таким образом, при свободном движении частицы вдоль оси x на расстояниях, удовлетворяющих условию $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$, распределение вероятностей значений координат x, y, z в момент времени t характеризуется интенсивностью поля y (см. (2.7в)) и, следовательно, частица при своем свободном движении вдоль оси x на этих расстояниях движется не по траектории.

Отметим, что вероятностную трактовку можно распространить и на идеализированные плоские монохроматические волны (2.4а), рассматривая данные волны как предельный случай группы волн (2.4а) при $\Delta w \to 0$, $\Delta k_x \to 0$, $\Delta k_y \to 0$, $\Delta k_z \to 0$. В этом случае удобно выбирать «нормировочный» объем хотя и большим, но конечным, что помогает избежать трудностей с нормировкой, возникающих в случае плоских монохроматических волн (2.4а). Так, например, поступают в стандартной квантовой теории при описании свободного движения с помощью волн вида (2.4а).

Можно показать (см. приложение 1, а также [1]), что при движении частицы в силовых полях на расстояниях, удовлетворяющих условию $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$, квадрат модуля функции y также характеризует распределение вероятностей нахождения частицы в пространстве, при этом данное распределение зависит от конкретных условий задачи и свойств силовых полей.

Теперь попробуем уточнить предельный переход от единой модели к ньютоновской модели свободного движения и к эйнштейновской (релятивистской) модели свободного движения с учетом того, что свободное движение на микроскопических пространственных (и временных) интервалах, соизмеримых с $l = 2p\,\mathbf{h}/p$, описывается группой волн вероятности (2.4а) .

В предыдущем разделе было показано, что уравнение свободного движения (1.1) (или (2.5а)) может быть записано в более общем виде (1.1г,д). Решениями (1.1г,д) могут являться группы (пакеты) волн вероятности вида (1.2) (или (2.4а)). Согласно изложенному в данном разделе, если с одной стороны исходить при движении на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ из справедливости постулируемого первого закона Ньютона и его релятивистского аналога в виде релятивистского или нерелятивистского уравнения Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля, с другой – исходить из волнового и в общем случае релятивистски инвариантного характера движения на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$ (о чем свидетельсвует «отслеживание» движения частиц на малых расстояниях с помощью волновой метки в виде распространяющегося электромагнитного возмущения порогового черенковского излучения), можно получить волновые уравнения свободного движения (1.1) или в более общем виде (1.1г,д), описывающие это движение на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ вероятностным образом. Строго говоря, данные уравнения справедливы для всех материальных тел в природе в том числе для тел большой массы и больших размеров (см. раздел 1 и 2). Кроме того, из требования справедливости первого закона Ньютона и его релятивистского аналога в СТО только на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ (данные законы описывают на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ свободное движение как движение по прямолинейной траектории с постоянной скоростью) помимо обоснования волновых уравнений свободного движения вида (1.1г,д) автоматически появляется дополнительное условие о том, что размеры пакета волн вероятности (1.2) (или (2.4а)) должны быть малыми и стремиться к нулю при $\mathbf{h} \to 0$. Поясним, что, нашему исходному требованию о движении на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ физических тел, в том числе тел большой массы и больших размеров, по прямолинейной траектории с постоянной скоростью (это следует из первого закона Ньютона и его релятивистского аналога) соответствует требование описания свободного движения физических тел на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью волновых пакетов (являющихся решениями (1.1г,д)) с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$.

Верно и обратное. В данном случае, по аналогии с квантовой механикой, при подстановке $y = ae^{ij}$ (где фаза $j = S/\mathbf{h}$ является большой величиной) в уравнения (1.1г,д) наряду с соответствующими уравнениями Гамильтона-Якоби можно получить соответствующие уравнения непрерывности [16]. Анализ уравнений непрерывности показывает, что по законам классической механики с классической скоростью $\vec{V} = const$ «перемещается» плотность вероятности, а не сама частица. Получить движение частицы с постоянной скоростью $\vec{V} = const$ по прямолинейной траектории, можно только при дополнительном условии, что размер группы волн вида (2.4а) мал, и стремится к нулю при $\mathbf{h} \to 0$ [6].

Поэтому, при движении на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ из (1.1г,д) может следовать первый закон Ньютона и его релятивистский аналог только при вышеуказанном дополнительном условии.

Таким образом, в рамках единой модели свободного движения дополнительное условие, связанное с описанием свободного движения физических тел (в том числе тел большой массы и больших размеров) на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью волновых пакетов (являющихся решениями (1.1г,д)) с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$, появляется естественным образом.

Следует отметить, что данное условие, связанное с описанием свободного движения ультрарелятивистской заряженной частицы на микроскопических пространственных (и временных) интервалах, соизмеримых с $l = 2p\,\mathbf{h}/p$, волновыми пакетами с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$, было получено ранее на основании «отслеживания» свободного движения ультрарелятивистской частицы с помощью порогового черенковского излучения.

Как отмечалось выше, описание свободного движения частицы волновыми пакетами с узкой локализацией имеет также место в случае «отслеживания» движения нерелятивистской частицы с помощью порогового акустического излучения, являющегося аналогом порогового черенковского излучения.

Подобные волновые пакеты с очень узкой локализацией, при описании движения на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ (в этом случае фаза $j = S/\mathbf{h}$ является большой величиной, т.е. $\mathbf{h} \to 0$), не будут раплываться. Действительно, как известно, время расплывания волнового пакета, например, для нерелятивистского случая описывается выражением [17]:

$\Delta t \sim \frac{m}{\mathbf{h}}(\Delta x)^2$, где m - масса частицы, Δx - размер волнового пакета.

Из данного выражения следует, что при $\mathbf{h} \to 0$ эффект расплывания волнового пакета вообще отсутствует ($\Delta t \to \infty$), а размер пакета Δx, как следует из (2.9), стремится к нулю, если $\mathbf{h} \to 0$.

Легко показать, что подобные волновые пакеты с очень узкой локализацией, при описании движения на больших расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ (т.е. в классическом пределе), не будут раплываться и в релятивистском случае.

Отметим, что при постулировании единой модели свободного движения частиц вместо постулирования уравнения свободного движения в виде (1.1) и его решения (1.2) можно было бы постулировать уравнение (1.1д) (из уравнения (1.1д) при v<<c легко получить (1.1г)) совместно с вышеуказанным условием об описании свободного движения на малых расстояниях с помощью волновых пакетов с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$ и удовлетворяющих уравнению (1.1д). При этом остальные пункты данного постулата не изменяются.

В свете изложенного становится очевидным, что первый закон Ньютона и (его релятивистский аналог) можно рассматривать как предельный случай единой модели свободного движения, в том числе для тел большой массы и больших размеров.

До сих пор свободное движение частицы анализировалось без учета влияния наличия или отсутствия структуры у частицы на данное движение. При этом волновое поле порогового черенковского излучения, а, следовательно, и волновое поле y, представляющее собой группу волн (2.4а), считались скалярными волновыми полями, т.е. однокомпонентными полями.

Попытаемся обосновать критерий элементарности частиц, фигурирующий в предлагаемой модели свободного движения.

С этой целью продолжим анализ мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения классической заряженной частицы на малых промежутках, в том числе на промежутках $l \le 2\pi\hbar/p$, с помощью порогового черенковского излучения. Рассмотрим свободное движение элементарной (бесструктурной) частицы, испускающей пороговое черенковское излучение. Известно, что черенковское излучение, в том числе пороговое черенковское излучение, испускаемое элементарной (бесструктурной) частицей, является линейно поляризованным в плоскости, проходящей через вектор скорости $\vec{v}_ч$ частицы и волновой вектор $\vec{k}$ [3-5]. Поскольку любая линейно поляризованная волна может рассматриваться в виде суперпозиции двух волн с левой и правой круговыми поляризациями, то волновое поле порогового черенковского излучения, испускаемое элементарной (бесструктурной) частицей, следует рассматривать как поле, имеющее две независимые поляризационные компоненты.

Свободная элементарная (бесструктурная) частица испускает линейно поляризованное пороговое черенковское излучение при движении как на больших расстояниях $l \gg \bar{l} = 2\pi\hbar/p$, так и на малых $l \le 2\pi\hbar/p$ (см. раздел 1). Напомним, что границы применимости классической электродинамики для анализа нашего мысленного эксперимента определяется расстояниями, соизмеримыми с радиусом электрона $l \ge r_e \approx e^2/mc^2$, который существенно меньше микроинтервалов. Свободное движение элементарной частицы на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$, согласно нашим рассуждениям, носит ярко выраженный волновой вероятностный и в общем случае релятивистски-инвариантный характер (см. выше). В связи с этим определим дополнительные требования, которые необходимо предъявить к волновому вероятностному и в общем случае релятивистски-инвариантному характеру свободного движения элементарной частицы на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$, чтобы данная частица испускала линейно поляризованное пороговое черенковское излучение, т.е. излучение, имеющее две независимые поляризационные компоненты.

В рамках классической электродинамики пороговое черенковское излучение (как и любое электромагнитное излучение) описывается уравнениями (3), решение которого можно записать в виде (5а), при этом плотность заряда ρ и плотность тока $\vec{j}$ (с учетом волнового вероятностного и в общем случае релятивистски инвариантного характера свободного движения заряженной частицы) определяются из (6) (см. раздел 1).

Из (5а) и (6) (см. раздел 1) следует, что наличие двух независимых компонент у потенциалов линейно поляризованного порогового черенковского излучения при свободном движении элементарной (бесструктурной) заряженной частицы на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ объясняется наличием двух компонент ψ_1, ψ_2 у волновой функции ψ этой частицы.

Таким образом, линейная поляризация волнового поля порогового черенковского излучения, испускаемого элементарной (бесструктурной) заряженной свободной частицей, является следствием того, что волновая функция ψ, характеризующая свободное движение данной элементарной частицы ($m \neq 0$) вероятностным образом, имеет две независимые компоненты (ψ_1, ψ_2). Другими словами, волна (2.4а) или группа волн (2.4а), характеризующие свободное движение данной элементарной частицы ($m \neq 0$) вероятностным образом, имеют две независимые компоненты.

Итак, в анализируемом случае, как уже отмечалось, линейно поляризованное поле порогового черенковского излучения бесструктурной (элементарной) свободной частицы можно рассматривать в виде совокупности двух независимых поляризационных компонент. В результате, состояние бесструктурной (элементарной) частицы при ее свободном движении на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ следует также рассматривать в виде совокупности двух независимых компонент (ψ_1, ψ_2), поскольку состояние движения частицы в предшествующий момент времени ($t' = t - R/c$) определяет электромагнитные потенциалы, описывающие пороговое черенковское поле (см. (5а) и (6)) в разделе1). То есть волновая функция ψ, характеризующая свободное движение данной элементарной частицы ($m \neq 0$) в предшествующий момент времени вероятностным образом, как и поле порогового черенковского излучения, должна иметь две независимые компоненты. При этом в релятивистском случае общее количество компонент волновой функции ψ равно четырем, поскольку в этом случае наряду с волновыми функциями ψ с положительными частотами появляются волновые функции ψ с отрицательными частотами [1] .

Отметим, что из однородности пространства и времени вытекает эквивалентность всех положений свободной частицы в пространстве и эквивалентность состояний движения свободной частицы во все моменты времени. Отсюда следует, что волновая функция ψ свободной элементарной (бесструктурной) частицы имеет две независимые компоненты ψ_1, ψ_2 во все моменты времени (общее число компонент волновой функции в релятивистском случае равно четырем).

В противном случае свободного движения составной (сложной) точечной частицы, состоящей из элементарных частиц и обладающей структурой, волны (2.4а) (или (1.2)) имеют одну или несколько компонент. Поясним, что на основании требования релятивистской инвариантности волны (2.4а) могут быть не только скалярами или спинорами, но и векторами, а также тензорами, т.е. волны (2.4а) могут иметь одну или несколько независимых компонент.

При этом, как следует из изложенного, волны (2.4а), описывающие свободное движение элементарной частицы ($m \neq 0$), являются спинорами и имеют две независимые компоненты. Понятно, что с учетом требования релятивистской инвариантности волны (2.4а) элементарной (бесструктурной) свободной частицы, имеющие две независимые компоненты (общее число компонент волновой функции в релятивистском случае равно четырем), должны быть спинорами.

Легко видеть, что вывод о спинорной волновой функциии y, имеющей две независимые компоненты и характеризующей свободное движение данной бесструктурной (элементарной) частицы ($m \neq 0$) вероятностным образом, можно распространить на нерелятивистский случай ($V << c$).

На основании изложенного сформулируем следующий критерий элементарности частиц.

Если частица элементарна, то свободное движение данной частицы с $m \neq 0$ описывается плоскими волнами (2.4а) (или (1.2)) или группой волн (2.4а), которые имеют две независимые компоненты (общее число компонент волновой функции в релятивистском случае равно четырем) и являются спинорами.

Критерий элементарности может быть также сформулирован следующим образом: если частица элементарна, то ее спин $J = 1/2$. Здесь спин частицы J можно рассматривать как параметр, определяющий количество независимых компонент волн (2.4а) или (1.2). В данном случае по аналогии с квантовой теорией можно показать, что количество независимых компонент n и спин частицы J связаны соотношением: $n = 2J + 1$ и при $n = 2$, $J = 1/2$ (см. раздел 1).

При этом понимание спина частицы J как параметра, определяющего количество независимых компонент волн (2.4а), относится к анализируемой электрически заряженной классической частице, свободное движение которой мы исследуем с помощью порогового черенковского излучения, т.е. понятие спина в данном случае распространяется также и на классические частицы при их движении на малых расстояниях, удовлетворяющих условию $l \leq l = 2p\,\mathbf{h}/p$ (см. раздел 1). Как правило, такому условию удовлетворяют частицы малой массы, движущиеся на микроинтервалах, в том числе классические частицы и микрочастицы.

В этой связи еще раз подчеркнем, что, согласно анализируемой модели свободного движения, между движением классических частиц и микрочастиц нет никакой принципиальной разницы, и их движение описывается единым образом (см., например (1.1), (1.2)).

В рамках обсуждаемой единой модели свободного движения спин частицы J также можно рассматривать как параметр, величина которого определяет трансформационные свойства волн (2.4а) (или (1.2)). Эти свойства состоят в том, что под действием преобразований Лоренца волны (2.4а) могут преобразовываться как скаляры (J = 0), спиноры (J = 1/2), векторы (J = 1), а также тензоры (J = 2).

Из критерия элементарности следует, что частица, обладающая спином $J \neq 1/2$, не является элементарной и имеет сложную (составную) структуру.

Данный критерий является необходимым, но не достаточным условием элементарности. Другими словами, если частица элементарна, то ее спин $J = 1/2$. Но если спин частицы $J = 1/2$, то это не означает, что частица элементарна.

Действительно, волны (2.4а) сложной (составной) частицы, которая состоит из элементарных, в частном случае могут являться спинорами и иметь две независимые компоненты (также как и волны (2.4а) элементарных частиц, образующих данную сложную частицу). Например, будем рассматривать сложную частицу при ее свободном движении как частицу, состоящую из нескольких свободно движущихся элементарных частиц, каждая из которых излучает свои линейно поляризованные волны порогового черенковского излучения. Пусть данные элементарные частицы двигаются одинаковым образом и при этом излучают синфазно волны порогового черенковского излучения, т.е. разность фаз равна нулю и постоянна во времени. Тогда результирующие волны порогового излучения (также как и волны порогового излучения элементарных частиц, образующих данную сложную частицу) являются линейно поляризованными. А это означает, что волны (2.4а), описывающие движение сложной (составной) частицы вероятностным образом, имеют две независимые компоненты и являются спинорами (спин рассматриваемой сложной частицы J = 1/2).

В общем случае элементарные частицы, составляющие сложную частицу, излучают волны порогового черенковского излучения несинфазно, т.е. разность фаз излучаемых волн может меняться во времени. В результате результирующие волны порогового черенковского излучения, испускаемые сложной частицей, оказываются частично поляризванными (и не являются линейно поляризованными).

Поэтому, в общем случае наличие составной структуры у частицы приводит к другой (по сравнению с элементарной частицей) поперечной анизотропии волн (2.4а) относительно их распространения, т.е. приводит к другому количеству независимых компонент волн (2.4а) или к другой величине спина J частицы.

В частном случае, когда спин частицы $J = 0$, данная поперечная анизотропия у волн (2.4а) может исчезать и волны (2.4а) (или (1.2)) становятся скалярами.

Из изложенного выявляется связь между учетом наличия или отсутствия структуры у частицы при описании ее свободного движения и учетом наличия спина у частицы (или учетом наличия независимых компонент у волн (2.4а) (либо (1.2)). Иначе говоря, выявляется связь между спином частицы и ее структурой.

В разделе 1 отмечалось, что при свободном движении частиц на расстояниях, удовлетворяющих условию $l \gg \lambda = 2\pi\hbar/p$ (или в приближении коротких длин волн), уравнение (2.5а) (или (1.1)) а также уравнения (1.1г,д) переходят в уравнение эйконала, которое при $\omega = E/\hbar$, $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$ совпадает с релятивистским (или нерелятивистским при v<<c) уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля. В результате роль структуры частицы (или спина частицы) при описании ее движения на таких расстояниях нивелируется [1].

До сих пор рассматривалось свободное движение электрически заряженной частицы с массой $m \neq 0$, в том числе свободное движение на малых расстояниях, соизмеримых с $\lambda = 2\pi\hbar/p$.

Из общих соображений очевидно, что свободное движение частицы не зависит от наличия или отсутствия у частицы электрического заряда.

Действительно, при анализе свободного движения электрически нейтральной частицы с $m \neq 0$, в том числе свободного движения на малых расстояниях, соизмеримых с $\lambda = 2\pi\hbar/p$, можно мысленно нанести на нейтральную частицу «метку» в виде электрического заряда и повторить все описанные выше рассуждения, т.е. исследовать свободное движение данной частицы с помощью порогового черенковского излучения при рассмотренных выше условиях.

Отметим, что аналогичные выводы о характере свободного движения электрически нейтральных частиц с $m \neq 0$ можно также получить, применяя уже упоминавшийся акустический аналог черенковского излучения. С этой целью можно отслеживать движение нейтральной частицы, например в воздухе (без учета сопротивления воздуха и гравитации), с помощью порогового «черенковского» ультразвукового излучения, используя рассуждения, аналогичные рассуждениям, изложенным выше при рассмотрении порогового черенковского электромагнитного излучения (см. также раздел1).

Вообще говоря, черенковское излучение испускается средой под влиянием поля движущейся в ней частицы. Поэтому свойства черенковского излучения, в том числе порогового излучения, не зависят от массы заряженной частицы m (см., например, (2.1)) и эти свойства сохраняются как при $m \to \infty$ (см. [5]), так и при $m \to 0$. В результате, становится очевидным, что все положения единой модели свободного движения можно распространить как на частицы с массой $m \to \infty$, так и на частицы с массой $m \to 0$.

При этом в случае свободного движения частиц большой массы волновой и вероятностный характер движения может не играть существенной роли даже при движении частиц на микроинтервалах (в данном случае даже для микроинтервалов может выполняться условие $l \gg \lambda = 2\pi\hbar/p$). Как было показано в разделе 1, при описании свободного движения классических частиц большой массы, а также классических частиц малой массы и микрочастиц на расстояниях $l \gg 2\pi\hbar/p$ полученные единые уравнения свободного движения (2.5а) (или (1.1), (1.1г,д) можно приближеным образом представить в виде релятивистского или нерелятивистского уравнения Гамильтона – Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля.

В то время как при движении частиц малой массы на микроинтервалах, например микрочастиц, волновой и вероятностный характер движения играет существенную роль (поскольку выполняется условие $l \leq \lambda = 2\pi\hbar/p$) и этот характер надо учитывать.

Таким образом, единая модель свободного движения описывает движение всех материальных тел в природе в релятивистском и в нерелятивистском случае. При этом, как ясно из изложенного, данная модель уточняет и обобщает первый закон Ньютона и его релятивистский аналог в СТО.

Итак, анализ свободного движения заряженной частицы с помощью электромагнитной волновой метки этой частицы в виде электромагнитного возмущения порогового черенковского излучения позволяет обосновать все пять пунктов единой модели свободного движения частиц (см. раздел 1). При этом в проведенном анализе свободного движения мы опирались на постулируемые уравнения Максвелла (из которых вытекали свойства порогового черенковского излучения) и постулируемый первый закон Ньютона (и его релятивистский аналог в СТО), который мы считали справедливым только на расстояниях l, удовлетворяющих условию $l \gg 2\pi\hbar/p$.

Укажем, что в работе [2] анализируется также свободное движение потока (ансамбля) одинаковых электрически заряженных частиц с помощью электромагнитной волновой метки всего потока в виде порогового черенковского излучения. Поток заряженных частиц считается односкоростным (т.е. моноэнергетическим), однородным и бесконечно широким. При этом обосновывается целесообразность описания свободного движения рассматриваемого потока частиц с помощью волны вероятности (2.4а), удовлетворяющей уравнению (1.1).

Наконец, отметим следующее. Уже подчеркивалось, что черенковское излучение испускается средой под влиянием поля движущейся в ней частицы. Поэтому свойства черенковского излучения, в том числе порогового излучения, не зависят от массы заряженной частицы m (см., например, (2.1)) и эти свойства сохраняются как при $m \to \infty$ (см. [5]), так и при $m \to 0$. В результате, все положения единой модели свободного движения частиц, можно распространить на частицы с $m \to 0$.

Далее, выводы о свободном движении частиц с массой $m \to 0$ можно распространить и на частицы с нулевой массой покоя ($m = 0$) [1]. С этой целью воспользуемся следующими рассуждениями. Мысленно разместим на нейтральной частице с $m = 0$ электрический заряд и будем анализировать движение такой частицы с помощью распространения волновой метки, в виде электромагнитного возмущения порогового черенковского излучения, возникающего при движении данной частицы с $\mathrm{v}_ч = c$ ($m = 0$) в среде с $n(w) \to 1$ при условии $\mathrm{v}_ч > c/n(w)$ и $c/n(w) \to \mathrm{v}_ч$. При этом легко получить те же выводы о характере свободного движения частицы с $m = 0$, что и для частицы с $m \neq 0$.

Следовательно, единую модель свободного движения можно считать справедливой как для частиц с $m \neq 0$, так и для частиц с $m = 0$.

В этой связи, еще раз отметим, что на основании предлагаемой единой модели свободного движения можно получить уравнения, описывающие свободное движение частиц с $m = 0$ и спином J = 1 (т.е. фотонов), при этом данные уравнения совпадают с уравнениями Максвелла для свободного поля [1]. В [1] показывается, что рассматриваемая нами единая модель свободного движения описывает также свободное движение гравитонов ($m = 0$, $J = 2$).

Легко видеть, что критерий элементарности применительно к частицам с нулевой массой покоя по существу не меняется и его можно сформулировать следующим образом. Если частица с нулевой массой покоя является элементарной, то ее спин $J = 1/2$ (или волны (2.4а) элементарной частицы с $m = 0$ является спинорами). В данном случае спин частицы J удобно рассматривать как параметр, величина которого определяет трансформационные свойства волн вероятности (2.4а), характеризующих свободное движение данной частицы [1].

Отсюда следует, что такие частицы как фотон (m=0, J = 1) и гравитон (m=0, J = 2) не являются элементарными. Таким образом, мы приходим к важному выводу о природе электромагнитных и гравитационных взаимодействий, а именно: электромагнитные и гравитационные взаимодействия имеют вторичный, индуцированный характер. Отметим, что в работе [2] предпринята попытка анализа структуры фотона и гравитона. В частности, в этой работе показано, что фотон можно рассматривать как два взаимодействующих («слившихся») безмассовых нейтрино. В этой связи уместно напомнить гипотезу «слияния» частиц де Бройля и гипотезу де Бройля о нейтринной природе света [18,19], а также идею А.Д. Сахарова об индуцированной природе гравитации [20].

Подчеркнем, что вторичный, индуцированный характер электромагнитных и гравитационных взаимодействий в данном случае является следствием полученного нами вывода о том, что фотон (m=0, J = 1) и гравитон (m=0, J = 2) не являются элементарными частицами.

Как отмечалось в разделе 1, с учетом того, что точность, с которой уравнения (1.1) (или (2.5а)), (1.1г,д) описывают свободное движение, определяется из соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей (см. (1.6) или (2.9)), а также с учетом того, что волны (1.2) (или (2.4а) имеет вероятностную трактовку, можно сделать вывод о возможности использования при математическом описании единой модели свободного движения (и динамики, построенной на основе единой модели свободного движения (см. приложение 1, а также [1])) математического формализма, применяемого в нерелятивистской и релятивистской квантовой теории. Например, можно использовать операторный метод, в рамках которого физические величины характеризуются операторами, а также метод вторичного квантования и т.д.. В частности, в рамках единой модели при рассмотрении произвольной системы одинаковых свободных частиц, волновое поле, представляющее собой суперпозицию волн (1.2) (или (2.4а)) и удовлетворяющее релятивистскому уравнению (1.1д), может быть вторично проквантованно. Аналогичным образом в рамках единой модели свободного движения можно проводить квантование не только скалярных полей (J = 0), но и спинорных полей (J = 1/2), а также векторных полей (J = 1). В конечном счете, также как и в релятивистской квантовой теории, мы получим, что свободные частицы могут взаимодействовать с вакуумными флуктуациями различного рода полей. Например, свободный электрон может взаимодействовать с вакуумными флуктуациями электромагнитного поля т.е. данный электрон может взаимодействовать с электромагнитным вакуумом.

3. Заключение

Укажем на основные результаты работы. В работе в рамках классической физики обосновывается наличие ошибки в постулатах Ньютона и в аналогах этих постулатов в релятивистской классической механике.

Данная ошибка заключается в неправильной экстраполяции свободного движения классических частиц (и неправильной экстраполяции движения классических частиц в силовых полях) с больших пространственных (и временных) промежутков на малые.

Эта ошибка обнаруживается на основании анализа мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения классической заряженной частицы на малых промежутках, в том числе на промежутках $l \le h/p$, с помощью порогового черенковского излучения.

Сам факт обнаружения и обоснования наличия вышеуказанной ошибки в работах Ньютона и Эйнштейна (данная ошибка существует в классической нерелятивистской механике уже несколько столетий) является важным методологическим следствием работы.

В результате указанной ошибки становится очевидной ограниченность постулатов Ньютона и релятивистских аналогов этих постулатов даже в рамках классической физики. Данные постулаты справедливы при движении классических частиц на расстояниях $l >> h/p$ и несправедливы при движении классических частиц на расстояниях $l \le h/p$.

В этой связи уместно отметить, что, согласно воззрениям современной физики, в настоящее время существуют две вполне логически завершенные физические теории: классическая механика и квантовая механика. Если отвлечься от их исторического развития, можо утверждать, что эти теории вполне самостоятельны.

Согласно же нашим воззрениям, из-за ограниченности в рамках классической физики постулатов Ньютона и их релятивистских аналогов возникает необходимость в достраивании единой классической физики. Другими словами, возникает необходимость в обосновании новых скорректированных постулатов о свободном движении и динамике частиц в релятивистской и нерелятивистской классической механике, которые единым образом описывали бы движение классических частиц как на промежутках $l \le h/p$, так и на промежутках $l >> h/p$, где новые скорректированные постулаты совпадали бы с постулатами Ньютона и их релятивистскими аналогами (имеются ввиду постулаты о единой модели свободного движения и единой динамике, обоснованные и сформулированные в данной работе). При этом в новых постулатах о единой модели свободного движения и единой динамике частиц должна быть заложена не ньютоновская экстраполяция, а истинная экстраполяция движения с больших промежутков на малые, существующая в природе.

Поэтому следующая задача, которая решается в работе, заключается в правильной корректировке постулатов Ньютона о свободном движении и динамике частиц (и аналогичных постулатов классической релятивистской механики) с учетом наличия в этих постулатах ошибки, связанной с неправильной экстраполяцией движения классических частиц с больших пространственных (и временных) промежутков на малые..

С этой целью опираясь на правильную часть постулатов Ньютона (и правильную часть аналогов этих постулатов в релятивистской классической механике), состоящую в том, что данные постулаты справедливы только на расстояниях $l >> h/p$, на основании анализа указанного выше мысленного эксперимента по «отслеживанию» свободного движения классических частиц с помощью порогового черенковского излучения можно обосновать новые скорректированные постулаты Ньютона (и скорректированные аналогичные постулаты релятивистской классической механики), т.е. можно обосновать постулаты о единой модели свободного движения и единой модели динамики частиц (см. приложение1).

Таким образом, постулируемая единая модель свободного движения частиц может быть дополнена постулируемой единой моделью динамики (см. приложение 1).

Что касается вопроса об инерциальной системе отсчета, то здесь следует отметить следующее. Уже подчеркивалось, что ошибочная экстраполяция, заложенная в постулатах релятивистской и нерелятивистской классической механики, приводит к ограниченности этих постулатов даже в рамках классической физики. Данные постулаты работают на промежутках $l >> h/p$ и не работают на промежутках $l \le h/p$. В новых постулатах должна быть заложена истинная форма экстраполяции, а не ошибочная ньютоновская форма. Таким образом, мы идем по пути достраивания классической физики (мы не отказываемся от постулатов Ньютона и их релятивистских аналогов, а считаем их правильными только на расстояниях $l >> h/p$). Поэтому в качестве инерциальной системы мы можем оставить стандартные инерциальные системы релятивистской и нерелятивистской классической механики. В таких «старых» инерциальных системах на расстояниях $l >> h/p$ будут выполняться постулаты Ньютона и релятивистские аналоги этих постулатов, а также новые обобщенные постулаты о единой модели свободного движения и о единой динамике, которые на расстояниях $l >> h/p$, согласно нашим рассуждениям, должны совпадать с постулатами Ньютона и их релятивистскими аналогами. При этом в этих же инерциальных системах движение частиц на расстояниях $l \le h/p$ описывается в соответствии с новыми обобщенными постулатами о единой модели свободного движения и о единой динамике, согласно которым движение на расстояниях $l \le h/p$ носит волновой вероятностный и в общем случае релятивистски инвариантный характер (см. раздел 1).

В данном случае, как и в стандартной классической физике, постулированию единой модели свободного движения частиц и единой модели динамики должно предшествовать введение категорий пространства, времени, материальной точки (частицы) и силы (см. раздел 1).

В работе также показывается, что, во первых, точность, с которой движение частиц на малых промежутках, в том числе на промежутках $l \le h/p$, аппроксимируется волновым движением, имеющим вышеописанный характер, определяется из соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей в квантовой теории (см. (1.6) или (2.9)). Во-вторых, границы применимости единой модели свободного движения и единой динамики частиц определяются расстояниями, соизмеримыми с радиусом электрона $r_e \approx e^2/mc^2$, который существенно меньше микроинтервалов ($r_e << 2p\mathbf{h}/mc$).

Новые постулаты о единой модели свободного движения и динамике частиц фактически уточняют и обобщают постулаты Ньютона (и аналогичные постулаты релятивистской классической механики). При этом данные новые постулаты правильно описывают движение частиц не только на промежутках $l >> h/p$, но и на малых промежутках $l \le h/p$ (тем самым стирается барьер между макромиром и микромиром). Таким образом, новые скорректированные постулаты свободны от ошибки, связанной с неправильной экстраполяцией движения частиц с больших промежутков на малые.

Более того, новые постулаты о единой модели свободного движения и единой динамике кардинальным образом меняют представление о физической картине мира.

Для понимания этого важного факта мысленно вернемся в начало XX века, когда в физике возник кризис, преодоление которого привело к созданию квантовой теории. В то время многочисленные эксперименты свидетельствовали о том, что движение материальных частиц в атомном мире не подчиняется законам (постулатам) Ньютона. Таким образом, налицо было противоречие между безошибочностью постулатов Ньютона (ошибки в постулатах Ньютона не было найдено, хотя такие попытки предпринимались) и экспериментальными фактами, свидетельствующими о несовместимости законов атомного мира с законами Ньютона. Выход из создавшегося положения был найден введением понятий макромира (в пределах которого движение частиц всегда подчиняется законам Ньютона) и микромира (в пределах которого движение частиц не подчиняется законам Ньютона и описывается постулатами квантовой теории).

В настоящее время понятия макромира (классического мира) и микромира (квантового мира) лежат в основе современного понимания физической картины мира.

Тем не менее, никаких обоснований, кроме указанных экспериментальных фактов для введения понятий микромира и макромира не имеется.

В данной работе экспериментальные факты, свидетельствующие о том, что движение частиц в масштабах атомного мира не подчиняется законам Ньютона, объясняются наличием ошибочной экстраполяции в постулатах Ньютона, а не наличием особого микромира. Выше уже отмечалось, что при движении частиц на промежутках $l \le h/p$ (т.е. при движении частиц в масштабах атомного мира) постулаты (законы) Ньютона являются ошибочными и нуждаются в коррекции.

Таким образом, становится очевидным, что такие понятия как микромир, физика микромира и т.п. появились из-за того, что не смогли найти ошибку в постулатах Ньютона. Понятия микромира, физики микромира, макромира и т.п. являются надуманными и не существуют в реальности (а ведь физика должна отражать реальность). В реальности, согласно нашим рассуждениям, в настоящее время существует ошибочная экстраполяция движения в постулатах Ньютона (и ошибочная экстраполяция движения в аналогах этих постулатов в релятивистской классической механике).

Устранение ошибочной экстраполяции движения в постулатах Ньютона (и в аналогичных постулатах классической релятивистской механики) приводит к новым скорректированным постулатам о единой модели свободного движения и единой динамике частиц (см. приложение1), которые описывают движение частиц в едином физическом мире как на промежутках $l \le h/p$ (соответствующих масштабам атомного мира), так и на промежутках $l >> h/p$. При этом при описании движения на малых расстояниях $l \le h/p$ возможно использование математического формализма, применяемого в нерелятивистской и релятивистской квантовой теории, например операторного метода, метода вторичного квантования и т.п.

Отметим, что скорректированные новые постулаты (обоснованные и сформулированные в работе) описывают движение частиц в масштабах атомного мира ($l \le h/p$), более подробно по сравнению с квантовой теорией (см., например, пункты3-5 единой модели свободного движения частиц и приложение1). В частности, согласно, скорректированным постулатам о свободном движении и динамике частиц формулируется теоретический критерий элементарности частиц, выявляется новая для современной физики связь между спином частицы и ее структурой при движении частиц на промежутках $l \leq h/p$.

Кроме того, согласно единой модели свободного движения и построенной на ее основе единой модели динамики (см. приложение 1), решается проблема согласования ОТО и соотношения неопределенностей, в том числе для тел большой массы и больших размеров; обосновывается вывод о том, что фотон (m=0, J=1) и гравитон (m=0, J=2) не являются элементарными частицами и, следовательно, электромагнитные и гравитационные взаимодействия имеют вторичный, индуцированный характер.

Вопрос о движении является основным вопросом не только физики, но и философии (движение — способ существования материи). Поэтому любые подвижки в понимании движения могут приводить к подвижкам, как в физике, так и в философии.

Можно показать, что на основании единой модели свободного движения частиц решается такая известная философская апория, затрагивающая проблему сущности движения и существующая уже более 25 веков, как апория «Летящая стрела» Зенона Элейского (см. приложение 4 и [1]).

Появляются новые аспекты в проблеме изучения времени, которые возникают в рамках анализируемой единой модели свободного движения [1].

Приложение 1
О динамике, построенной на основе единой модели свободного движения

В данном приложении мы опишем единую динамику частиц, опираясь на предлагаемую единую модель свободного движения [1].

Согласно нашим рассуждениям, во втором законе (постулате) Ньютона (и его аналоге в СТО) допущена та же ошибка, что и в первом законе Ньютона (и его аналоге в СТО). Ошибка заключается в неправильной экстраполяции движения частицы под действием силы с больших промежутков на малые

В этой связи отметим, что при допущении справедливости уравнений динамики классической механики и СТО только на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$, возникает вопрос о движении частиц во внешних полях на малых расстояниях $l \leq 2p\,\mathbf{h}/p$, поскольку ньютоновская экстраполяция движения неверна (ошибочна). То есть возникает вопрос об уточнении и обобщении уравнений (постулатов) динамики в классической механике и СТО.

Прежде всего, опираясь на единую модель свободного движения, попытаемся получить уравнение движения частиц со скоростями $\mathrm{v} << c$ под действием внешних воздействий (уравнение нерелятивистской динамики) на малых пространственных (и временных) промежутках, соизмеримых с $l = 2p\,\mathbf{h}/p$, при условии, что на больших пространственных (и временных) промежутках с характерными размерами $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ справедлив второй закон (постулат) Ньютона.

Рассмотрим замкнутую систему, состоящую из многих свободно движущихся частиц. Состояние каждой частицы при ее свободном движении описывается плоской волной вероятности (1.2), удовлетворяющей уравнению свободного движения (1.1). Положим теперь, что отдельные частицы системы, двигаясь свободно, начинают сближаться между собой на расстояния, соизмеримые с радиусом взаимодействий, т.е. полагаем, что между частицами возникают взаимодействия, причем диссипация отсутствует. Природу взаимодействий не оговариваем. Взаимодействия рассматриваем как столкновения, когда до и после столкновений частицы движутся свободно.

Если состояния частиц до взаимодействий описывается плоскими волнами (1.2), то можно считать, что состояния частиц после взаимодействий также описываются плоскими волнами (1.2), но с измененными вследствие взаимодействий волновыми параметрами. В одномерном случае вследствие взаимодействий могут меняться такие волновые параметры как частоты, фазовые скорости и амплитуды волн (1.2).

Перейдем теперь к одночастичному приближению. Рассмотрим какую-либо частицу системы, при этом действие всех остальных частиц на данную частицу будем описывать с помощью потенциала.

В данном случае задача о столкновении частиц принимает вид задачи о «столкновении» одной частицы с потенциальным полем, создаваемым другими частицами, т.е. можно считать, что частица сначала движется свободно, затем попадает в потенциальное поле и, покидая потенциальное поле, частица вновь движется свободно.

Нашей целью является получение уравнения, описывающего движение частицы на малых пространственных (и временных) интервалах в одномерном потенциальном поле, не меняющемся во времени, при отсутствии притока энергии извне (для простоты, по-прежнему, рассматриваем одномерный случай).

В данном случае, по аналогии с квантовой механикой, удобно ввести в рассмотрение понятие стационарного состояния частицы как состояния, в котором ее энергия имеет определенное, не меняющееся со временем значение (потенциальное поле не меняется во времени).

При этом легко показать, что в нерелятивистском случае движения частицы в потенциальном поле условие сохранения энергии частицы можно записать в виде

$$E = \frac{p^2(x)}{2m} + U(x) = const, \tag{1}$$

где $\dfrac{p^2(x)}{2m}$ — кинетическая энергия частицы,

$U(x)$ — потенциальная энергия частицы.

Из условия сохранения энергии следует, что частоты w_1 и w_2 волны (1.2) до и после взаимодействия равны ($w_1 = w_2$), т.к. $E_1 = E_2 = const$ (или $\mathbf{h}w_1 = \mathbf{h}w_2$ (см. (1.5)). Это означает, что частота волны (1.2) в результате взаимодействия не меняется, т.е. $w = const$.

Поскольку $w = const$, движение частицы в одномерном потенциальном поле сопровождается только изменением фазовой скорости волны (1.2) и ее амплитуды.

Таким образом, до взаимодействия свободное движение частицы описывается постулируемым нерелятивистским уравнением (1.1), которое мы перепишем в удобном для нас виде

$$\nabla^2 y + \frac{w^2}{\mathrm{v}_\phi^2} y = 0, \text{ где } k = \frac{w}{\mathrm{v}_\phi}. \qquad (2)$$

При попадании частицы в одномерное потенциальное поле, уравнение движения частицы принимает вид

$$\nabla^2 y + \frac{w^2}{\mathrm{v}_\phi^2(x)} y = 0. \qquad (3)$$

Как уже указывалось, изменение фазовой скорости волны (1.2) возникает вследствие наличия взаимодействий (в рассматриваемом случае вследствие наличия потенциала), при этом частота $w = const$. Поскольку потенциал меняется в зависимости от *x*, то и фазовая скорость является функцией от координаты *x*.

Уравнение (3) описывает движение частицы в потенциальном поле на малых промежутках, в том числе на промежутках $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, и по существу является искомым уравнением динамики, записанным в волновых параметрах.

Прежде чем потребовать, чтобы данное уравнение (3) на больших пространственных интервалах $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$ приближенно описывалось уравнением Гамильтона-Якоби (см. (1.4) в разделе 1) и на этом основании записывать уравнение динамики (3) в параметрах частиц, следует отметить следующие важные моменты.

Во-первых, из известной аналогии между геометрической оптикой и классической механикой вытекает аналогия между фазовой скоростью (или показателем преломления) как функции координат в оптике и потенциальной энергией в механике [12].

Во вторых, уравнение (3) аналогично по виду волновому уравнению, описывающему распространение скалярного монохроматического светового поля в неоднородной среде. Следовательно, в рамках классической физики теперь можно говорить не только об известной аналогии между лучами света в неоднородной среде и траекториями частиц в силовом поле (т.е. об аналогии между геометрической оптикой и классической механикой), но и о более глубокой аналогии между волновым уравнением, описывающим распространение скалярного монохроматического светового поля в неоднородной среде, и уравнением движения частицы (3) в потенциальном поле на малых промежутках (т.е. можно говорить об аналогии между волновой оптикой и механикой).

И, наконец, отметим плавный переход от уравнения свободного движения (2) к уравнению динамики (3). Здесь поясним, что при переходе от первого закона (постулата) Ньютона ко второму закону (постулату) Ньютона имеется резкий скачок. Во втором законе Ньютона, в отличие от первого закона Ньютона, появляется новый параметр – сила или потенциал. В нашем же случае при переходе от постулируемого уравнения свободного движения, записанного в виде (2), к волновому уравнению динамики (3), фазовая скорость начинает зависеть от координат, т.е. переход от уравнения (2) к уравнению динамики (3) получается более плавным

Уравнение (3) на больших пространственных (и временных) интервалах $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$ (в приближении коротких длин волн ($l \to 0$)), переходит в уравнение эйконала (см. (1.3)). С другой стороны, данное уравнение (3) на больших пространственных интервалах должно совпадать с уравнением Гамильтона-Якоби (см. (1.4)), описывающем движение рассматриваемой частицы в потенциальном поле, т.к., согласно нашим рассуждениям, второй закон (постулат) Ньютона на больших промежутках является справеливым. Легко показать, что уравнение эйконала (см. (1.3)), получающееся из (3) при $l \to 0$ (или при $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$), и уравнение Гамильтона-Якоби (см. (1.4)), описывающее движение частицы в потенциальном поле, совпадают при условии

$$w = E/\mathbf{h},\ k(x) = p(x)/\mathbf{h} \quad \text{(см. (1.5))} \qquad (4)$$

С учетом (4) уравнение (3) можно переписать

$$\nabla^2 y + \frac{p^2(x)}{\mathbf{h}^2} y = 0. \qquad (5)$$

Далее, используя (1), запишем (5) в виде

$$\nabla^2 y + \frac{2m}{\mathbf{h}^2}(E - U(x))\, y = 0. \qquad (6)$$

Уравнение (6) совпадает по виду со стационарным уравнением Шредингера для микрочастиц, но отличается от него по своему физическому содержанию. В отличие от уравнения Шредингера, которое постулируется только в микромире для микрочастиц, данное уравнение (6) описывает (в рамках наших рассуждений) движение в потенциальном поле классических частиц на малых промежутках $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, например, классических частиц малой массы.

Поскольку уравнение (6), получено на основании нерелятивистского уравнения свободного движения (1.1) (или (2)), то решения уравнения (6) (как и решения нерелятивистского уравнения (1.1)) имеют вероятностную трактовку. А точность, с которой уравнение (6) описывает движение частиц, определяется из соотношения, аналогичного по виду (1.6) или (2.9). Отметим, что соображения, на основе которых было получено (1.6) или (2.9), справедливы и в данном случае.

С учетом того, что точность, с которой уравнение (6) описывает свободное движение, определяется из соотношений, аналогичных соотношениям неопределенностей (см. (1.6) или (2.9)), а также с учетом того, что решения уравнения (6) имеют вероятностную трактовку, можно сделать вывод о возможности использования математического формализма, применяемого в нерелятивистской квантовой теории. При этом легко видеть, что данное уравнение (6) описывает движение в потенциальном поле на малых интервалах $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ не только классических частиц, но и микрочастиц, и в этом смысле данное уравнение динамики можно считать единым. Из того факта, что уравнение (6), постулируемое для классических частиц, описывает движение в потенциальном поле на малых интервалах $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, как классических частиц, так и микрочастиц, можно также сделать вывод о том, что в природе макромир и микромир не существуют по отдельности. Таким образом, согласно нашим рассуждениям, стирается барьер между макромиром и микромиром (подробнее, см. работу).

Отметим, что уравнение (6) получено с использованием постулируемого нерелятивистского уравнения свободного движения (2) (или (1.1)) при условии, что на больших пространственных интервалах с характерными размерами $l >> l = 2p\,\mathbf{h}/p$ выполняется второй постулат (закон) Ньютона. Поэтому данное уравнение (6) следует рассматривать как постулат, уточняющий и обобщающий основное уравнение динамики — второй закон Ньютона. Уравнение (6) описывает движение любых частиц (классических и микрочастиц) в потенциальном поле на пространственных (и временных) интервалах, простирающихся вплоть до малых интервалов, соизмеримых с $l = 2p\,\mathbf{h}/p$.

Используя подстановку $Ey\,(x,t) = i\mathbf{h}\dfrac{\partial}{\partial t}y\,(x,t)$, стационарное уравнение (6) можно записать в виде уравнения, аналогичного временному уравнению Шредингера (подобным образом в квантовой механике, исходя из стационарного уравнения Шредингера, можно получить временное уравнение Шредингера [12,17])

$$-\frac{\mathbf{h}^2}{2m}\nabla^2 y + Uy = i\mathbf{h}\frac{\partial y}{\partial t}. \qquad (7)$$

В результате, становится очевидным, что, используя единые уравнения динамики (6) или (7) (имеющие вид, аналогичный уравнению Шредингера) вместе с вероятностной трактовкой решений этих уравнений, а также с учетом (1.6) или (2.9), можно описать и рассчитать все физические явления и процессы микромира, которые описывает стандартная квантовая механика (например, описать и рассчитать модель атома водорода и т.д.). При этом описание и расчеты данных явлений будут совпадать с уже известными расчетами в квантовой механике.

Перейдем теперь к описанию релятивистской динамики. А именно, исходя из предлагаемой единой модели свободного движения, получим уравнения динамики релятивистских частиц на малых пространственных (и временных) промежутках, соизмеримых с $l = 2p\,\mathbf{h}/p$, при условии, что на больших пространственных (и временных) промежутках ($l >> 2p\,\mathbf{h}/p$) справедливы релятивистские уравнения динамики СТО.

С этой целью рассмотрим движение релятивистской частицы в одномерном потенциальном поле в отсутствии притока энергии извне и диссипации. Воспользуемся рассуждениями, приведенными выше, с той лишь разницей, что вместо условия (1) используем релятивистски инвариантное условие

$$(E - U(x))^2 = c^2 p^2(x) + m^2 c^4. \qquad (8)$$

Повторяя предыдущие рассуждения, легко показать, что уравнение движения релятивистской частицы в потенциальном поле описывается уравнением, имеющим вид, аналогичный (3). А условия, при которых данное релятивистское уравнение (аналогичное по виду (3)) на больших пространственных (и временных) промежутках совпадает с релятивистским уравнением Гамильтона-Якоби, аналогичны условиям (4). В результате имеем (ср. с (5))

$$\nabla^2 y + k^2(x)\,y = 0, \qquad (9)$$

$k(x) = p(x)/\mathbf{h}$, $w = E/\mathbf{h}$,

$p(x)$ — релятивистский импульс частицы (см. (8)),

E — релятивистская энергия частицы (см. (8)).

Уравнение (9) описывает движение релятивистской частицы в потенциальном поле на пространственных (и временных) промежутках, простирающихся вплоть до малых промежутков с характерными размерами $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, при условии, что на больших пространственных (и временных) промежутках движение частицы описывается релятивистским уравнением Гамильтона-Якоби.

Используя (8), уравнение (9) можно переписать в виде

$$\nabla y^{2} + \frac{1}{c^2\mathbf{h}^2}\left[(E - U(x))^2 - m^2c^4\right]y = 0 . \qquad (10а)$$

Или в операторной форме (ниже будет обоснована целесообразность применения операторного метода):

$$\left[c^2\mathbf{h}^2\nabla^2 + \left(-\frac{\mathbf{h}}{i}\frac{\partial}{\partial t} - U(x)\right)^2 - m^2c^4\right]y = 0 . \qquad (10б)$$

Уравнение (10) совпадет по виду с уравнением Клейна-Гордона для микрочастиц в одномерном потенциальном поле, но отличается от него по своему физическому содержанию. В отличие от уравнения Клейна-Гордона данное уравнение (10) описывает движение в потенциальном поле как релятивистских классических частиц, так и микрочастиц и является релятивистским аналогом (7).

Уравнение (10), согласно нашим рассуждениям, можно рассматривать как уточнение и обобщение релятивистской динамики СТО (релятивистского уравнения Гамильтона-Якоби). При этом, поскольку уравнение (10) получено на основании релятивистского уравнения свободного движения (1.1) или релятивистского уравнения вида (2) (точнее, на основании постулируемой единой модели свободного движения), решения уравнения (10) имеют вероятностную трактовку, а точность, с которой это уравнение описывает движение релятивистской частицы в потенциальном поле определяется из соотношений, аналогичных по виду соотношению неопределенностей (см. (1.6) или (2.9)). В результате, как уже отмечалось, можно сделать вывод о возможности использования математического формализма, применяемого в релятивистской квантовой теории, например, операторного метода, метода вторичного квантования.

Данное уравнение (10) легко обобщается на трехмерный случай, а также на случай движения частицы в электромагнитном поле.

Таким образом, рассматриваемая постулируемая единая модель свободного движения частиц может быть дополнена постулируемой единой моделью динамики (одночастичное приближение) [1].

Ядром такой постулируемой единой модели динамики является непосредственное постулирование волнового уравнения динамики (10) (при v << c из уравнения (10) легко получить нерелятивистские уравнения (7) или (6)). При этом надо иметь в виду, что: 1)решение уравнения (10) имеет вероятностную трактовку; 2)при описании движения частицы без учета ее структуры решение уравнения (10) в виде волновой функции y является скаляром; 3)при описании движения частицы с учетом наличия у нее структуры решение уравнения (10) в виде волновой функции y имеет одну или несколько независимых компонент, удовлетворяющих (10); 4)в частности, если свободная частица является элементарной (бесструктурной), то волновая функция y является спинором и имеет две независимые компоненты [1].

На основании единой модели динамики можно получить уравнения движения частиц со спином в потенциальных полях (или уравнения движения частиц с учетом их структуры). Данные уравнения аналогичны по виду соответствующим уравнениям квантовой теории, но отличаются от них по своему физическому содержанию, поскольку полученные уравнения описывают движение на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$, как классических частиц, так и микрочастиц [1]. Например, пусть релятивистская частица описывается уравнением (10) совместно с условием, что волна (1.2) является спинором и имеет две независимые компоненты (общее число компонент в релятивистском случае равно четырем). Такая совокупность уравнения (10) и данного условия приводит к уравнению, аналогичному по виду уравнению Дирака для микрочастицы со спином J=1/2 [1].

Заметим, что в более общем случае при анализе (на основе предлагаемой модели свободного движения) задачи взаимодействия двух и более частиц (многочастичная задача) можно применить спектральный подход к рассмотрению взаимодействий [1]. В спектральном подходе при рассмотрении взаимодействий используется формализм связанных волн (подобный формализм используется в нелинейной оптике при рассмотрении взаимодействий электромагнитных волн), а не гамильтонов либо лагранжев формализм. Основная идея такого подхода состоит в том, что взаимодействия частиц описываются через взаимодействия волн вероятности (1.2) (или (2.4а)), характеризующих состояние этих частиц. В результате, данные взаимодействия описываются в терминах волн с помощью связанных уравнений. При этом в качестве приближенного метода решения таких связанных уравнений может быть использован метод медленно меняющихся амплитуд. При данном подходе к рассмотрению взаимодействий появляются поправки к уравнению Клейна-Гордона а, следовательно, в нерелятивистской области и к уравнению Шредингера (которое при v<<c можно получить из уравнения Клейна-Гордона), причем эти поправки в нерелятивистской области, как правило, малы. В релятивистской области спектральный подход позволяет единым образом описывать все типы

взаимодействий (сильные, слабые, электромагнитные и гравитационные), при этом данные взаимодействия описываются нелинейными уравнениями и оказываются «размазанными» по пространству, что приводит к отсутствию расходимостей [1]. Отметим, что, с целью описания осцилляционного характера взаимодействий при малом числе частиц, связанные уравнения, полученные с помощью спектрального подхода, когда это возможно, могут быть подвергнуты процедуре вторичного квантования [1].

Кроме того, спектральный подход позволяет нелинейно обобщить рассматриваемую в данной работе единую модель свободного движения за счет возможности учета эффекта самодействия при движении частицы. В релятивистском случае учет эффекта самодействия в рамках спектрального подхода приводит к нелинейному уравнению, обобщающему уравнение (1.1) дополнительным членом пропорциональным $|y|^2 y$. В результате обобщенное уравнение свободного движения бесспиновой частицы (с учетом самодействия) имеет вид, аналогичный нелинейному уравнению Клейна-Гордона. В нерелятивистском случае в рамках спектрального подхода можно получить обобщенное уравнение свободного движения бесспиновой частицы в виде, аналогичном кубическому уравнению Шредингера [1].

Приложение 2
О полноте описания движения частиц в рамках единой модели свободного движения

Рассмотрим вопросы, связанные с полнотой описания движения частиц в рамках единой модели свободного движения.

С этой целью напомним, что вопросы о полноте квантовой механики возникли во первых, в связи с соотношениями неопределенностей (нельзя ли их нарушить?), а во вторых, в связи с вероятностной природой квантовой механики (нельзя ли вернуться к детерминизму?). В рамках единой модели свободного движения в данном приложении мы попытаемся ответить на оба этих вопроса.

В основе обоснования единой модели свободного движения и доказательства несправедливости ньютоновской экстраполяции лежит мысленный эксперимент по «отслеживанию» движения точечной частицы на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, с помощью порогового черенковского излучения (или с помощью акустического аналога порогового черенковского излучения). На основании такого «отслеживания» можно прежде всего придти к выводу о волновом и в общем случае релятивистски-инвариантном характере свободного движения. В данном случае мгновенное положение волновой метки частицы (электромагнитного возмущения, распространение которого образует волны порогового черенковского излучения) и мгновенное положение самой точечной частицы при ее свободном движении всегда совпадают, при этом движение данной волновой метки носит волновой и релятивистски инвариантный характер (см., например, рис.3).

Однако, пороговое черенковское излучение, как и любое излучение, всегда существует в виде группы волн с $\Delta w \ne 0$ и размерами $\Delta x \ne 0$, $\Delta y \ne 0$, $\Delta z \ne 0$, определяющими пространственную протяженность этой группы. Поэтому при «отслеживании» движения частицы на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ в любой момент времени положение точечной частицы при ее движении определяется с точностью до размеров $\Delta x \ne 0$, $\Delta y \ne 0$, $\Delta z \ne 0$ группы (пакета) волн порогового черенковского излучения. Но в случае, когда координаты частицы при ее движении заданы не точно, а с некоторой степенью неопределенности, теоретическое описание такого движения даже в классической физике всегда будет иметь вероятностный характер.

Следовательно, согласно нашим рассуждениям, вероятностное описание свободного движения частицы на малых расстояниях, в том числе на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, появляется не из-за наличия скрытых параметров, а из-за того, что координаты частицы при ее свободном движении на данных расстояниях заданы не точно, а с некоторой степенью неопределенности.

Таким образом, в рамках единой модели свободного движения «отследить» (измерить) точным образом движение точечной частицы на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ принципиально невозможно, так как пороговое черенковское излучение представляет собой группу (пакет) волн с $\Delta w \ne 0$ и размерами ($\Delta x \ne 0$, $\Delta y \ne 0$, $\Delta z \ne 0$). В результате, в рамках единой модели свободного движения теоретическое описание свободного движения на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ всегда носит вероятностный характер.

В разделе 1 и 2 данной работы уже отмечалось, что группу волн порогового черенковского излучения можно трактовать как математическую функцию, характеризующую положение в пространстве и времени электромагнитного возмущения порогового черенковского излучения в виде группы волн. Тогда функцию y , характеризующую положение в пространстве и времени материальной точечной частицы при ее свободном движении, можно определить (точнее, аппроксимировать) из следующих соображений. Поскольку мгновенные положения электромагнитного возмущения (группы волн порогового черенковского излучения) и частицы совпадают (хотя и с точностью до размеров Δx, $\Delta y, \Delta z$ распространяющегося электромагнитного возмущения порогового черенковского излучения), то функция y должна распространяться (изменяться в пространстве с течением времени), также как и электромагнитное возмущение в виде группы волн порогового черенковского излучения. Распространяться на малых промежутках, в том числе на промежутках $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$, как группа плоских волн порогового черенковского излучения может только другая группа плоских волн, у которой групповая скорость и направление распространения совпадают с групповой скоростью и направлением распространения группы волн порогового черенковского излучения (см. раздел 1 и 2).

В результате, можно показать, что свободное движение частицы на малых расстояниях описывается группой плоских волн вероятности (1.2) (или (2.4а)) с $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$, которая имеет вид, аналогичный группе волн порогового черенковского излучения и является решением волнового уравнения свободного движения (1.1г,д), при этом групповая скорость данной группы волн (1.2) (или (2.4а)) совпадает со скоростью частицы и с групповой скоростью волнового поля порогового черенковского излучения (см. раздел 2).

Другими словами, функцию y, характеризующую положение в пространстве и времени материальной точечной частицы при ее свободном движении, можно аппроксимировать группой плоских волн вероятности (1.2) (или (2.4а)) с $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$. Такая аппроксимация становится возможной на том основании, что мгновенные положения свободной частицы и электромагнитного возмущения в виде группы плоских волн порогового черенковского излучения совпадают (хотя и с точностью до размеров этого возмущения $\Delta x \sim 1/\Delta k_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z$).

Точность аппроксимации определяется размерами группы волн (1.2) (или (2.4а)): $\Delta x \sim 1/\Delta k_x = \mathbf{h}/\Delta p_x$, $\Delta y \sim 1/\Delta k_y = \mathbf{h}/\Delta p_y$, $\Delta z \sim 1/\Delta k_z = \mathbf{h}/\Delta p_z$ (см. (1.6) и (2.9)).

Таким образом, существование группы волн порогового черенковского излучения с $\Delta w \ne 0$ и конечными размерами группы $\Delta x \approx 1/\Delta k_x$, $\Delta y \approx 1/\Delta k_y$, $\Delta z \approx 1/\Delta k_z$, которые и определяют точность «отслеживания», в конечном счете приводит к неустранимому приближенному характеру «отслеживания» свободного движения точечной частицы на малых пространственных (и временных) промежутках $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$. В свою очередь, неустранимый приближенный характер «отслеживания» (измерения) свободного движения частицы на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ приводит к неустранимому приближенному теоретическому описанию свободного движения данной частицы с помощью группы плоских волн (1.2) (или (2.4а)) с $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$ (см., например (2.7в)), причем точность описания движения, определяется из соотношений (1.6) или (2.9), аналогичных соотношениям неопределенностей. Именно вследствие приближенного теоретического описания данного движения частицы с помощью группы волн (1.2) (или (2.4а)) можно выяснить физический смысл этой группы волн и показать, что группа волн (2.4а) является волной вероятности (подробнее, см. разделы 1, 2).

По существу свободное движение частицы на малых расстояниях можно только аппроксимировать с некоторой точностью (см. (1.6) или (2.9)) движением, имеющим волновой и в общем случае релятивистски инвариантный характер. При этом данное движение описывается с помощью группы волн вероятности (1.2) (или (2.4а)), являющейся решением волнового уравнения свободного движения (например, (1.1г,д)). Точно описать свободное движение частицы на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$ в рамках единой модели движения мы не можем.

Итак, как ясно из изложенного, никаких скрытых параметров в рамках единой модели движения не существует, а вероятностная трактовка движения возникает только из-за неустранимого приближенного характера теоретического описания свободного движения с помощью группы волн (1.2) (или (2.4а)). При этом точность описания движения определяется из выражений, аналогичных соотношениям неопределенностей (см. (1.6) или (2.9)). В свою очередь, причина неустранимого приближенного теоретического описания свободного движения частицы на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$ состоит в неустранимом приближенном характере «отслеживания» (измерения) свободного движения частицы на малых расстояниях $l \le l = 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью группы волн порогового черенковского излучения.

С другой стороны, надо иметь в виду, что, согласно проведенному в настоящей работе анализу (см. разделы 1 и 2), единая модель свободного движения имеет теоретическую границу применимости. Как уже отмечалось в данной работе, единая модель справедлива при описании свободного движения частиц на расстояниях $l \ge r_e = e^2/mc^2$, где r_e - радиус электрона, который существенно меньше микроинтервалов ($r_e << l = \mathbf{h}/mc$). При этом единая модель «не работает» при описании свободного движения частиц на расстояниях $l < r_e = e^2 / mc^2$ и, следовательно, данная единая модель движения является неполной с точки зрения описания свободного движения материальных частиц.

В результате, мы приходим к выводу, что, во первых, описание свободного движения частиц на малых пространственных (и временных) промежутках $l \leq 2p\,\mathbf{h} / p$ с помощью единой модели свободного движения является неполным, но не потому что существуют скрытые параметры, а потому, что существует теоретическая граница применимости описания движения в рамках единой модели ($l \geq r_e = e^2 / mc^2$). Во вторых, вероятностная трактовка движения возникает не из-за незнания неких скрытых параметров, которых не существует в рамках единой модели свободного движения, а из-за неустранимого приближенного характера теоретического описания свободного движения на малых промежутках с помощью группы волн (1.2) (или (2.4a)), вследствие чего вскрывается физический смысл этой группы волн как волн вероятности. При этом точность описания движения определяется из выражений, аналогичных соотношениям неопределенностей (см. (1.6) или (2.9)).

Если рассмотреть известную дискуссию между Эйнштейном и Бором о проблеме полноты в квантовой теории, то в рамках единой модели движения, согласно изложенному, можно утверждать следующее. Эйнштейн прав, считая, что описание движения материальных частиц на малых пространственных (и временных) промежутках верятностным образом с помощью волновых уравнений (например уравнений (1.1г,д)) является неполным (согласно нашим рассуждениям, описание такого движения является неполным вследствие наличия теоретической границы применимости единой модели свободного движения). Бор же прав в этой дискуссии в том, что соотношение неопределенностей (см. (1.6) или (2.9)) нельзя устранить и никаких скрытых параметров не существует (согласно нашим рассуждениям в рамках единой модели свободного движения, вероятностная трактовка движения возникает не из-за незнания неких скрытых параметров, а из-за неустранимого приближенного характера теоретического описания свободного движения с помощью группы волн (1.2) (или (2.4a)), вследствие чего вскрывается физический смысл этой группы волн как волн вероятности, и точность описания движения определяется из выражений, аналогичных соотношениям неопределенностей (см. (1.6) или (2.9)); при этом надо иметь ввиду, что теоретическое описание свободного движения частицы на малых расстояниях имеет неустранимый приближенный характер из-за неустранимого приближенного характера «отслеживания» (измерения) свободного движения частицы на малых расстояниях с помощью порогового черенковского излучения).

Другими словами, перефразируя Эйнштейна можно (по крайней мере в рамках единой модели движения) утверждать следующее: бог не играет в кости и он может точно и без каких-либо границ (а, следовательно, полно) описать свободное движение частиц на сколь угодно малых пространственных (и временных) промежутках; в то время как для нас полное и точное описание такого движения невозможно.

Следует отметить, что, при «отслеживании» (измерении) свободного движения частицы с помощью порогового черенковского излучения на больших расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h} / p$ (или при $l = 2p\,\mathbf{h} / p \to 0$, т.е. при $\mathbf{h} \to 0$), точность «отслеживания» (измерения) может быть сколь угодно большой (см. (1.6) или (2.9) при $\mathbf{h} \to 0$). Напомним также, что, как было показано в разделе 2 (см. еще приложение 4), описание свободного движения физических тел (в том числе тел большой массы и больших размеров) в рамках единой модели свободного движения осуществляется с помощью волновых пакетов (являющихся решениями (1.1г,д)) с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$.

В данном случае ($l >> 2p\,\mathbf{h} / p$) пороговое черенковское излучение распространяется по законам геометрической оптики (см. уравнение эйконала (1.3)), а свободное движение частицы описывается (релятивистским или нерелятивистским) уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля (1.4) со сколь угодно большой точностью.

В заключение еще раз отметим, что, согласно проведенному в работе анализу, единая модель справедлива при описании свободного движения частиц на расстояниях $l \geq r_e = e^2 / mc^2$, где r_e - радиус электрона, который существенно меньше микроинтервалов ($r_e << l = \mathbf{h}/mc$). Описание свободного движения частиц на расстояниях меньших классического радиуса электрона ($l \leq r_e = e^2/mc^2$) в настоящее время представляет собой нерешенную задачу и, по видимому, свободное движение частиц на таких расстояниях носит еще более сложный характер.

Приложение 3
О процессе измерений в концепции единой модели свободного движения

В данном приложении будет рассмотрена роль процесса измерений в единой модели свободного движения частиц.

Хорошо известна важная роль процесса измерений в стандартной (копенгагенской) интерпретации квантовой механики. Такая роль процесса измерений объясняется тем, что классический измерительный прибор взаимодействует с измеряемым объектом, например, микрочастицей. При этом, как полагается в квантовой механике, неконтролируемое воздействие прибора на микрообъект не может быть сделано (при данной точности измерений) сколь угодно слабым. Именно этот факт, согласно копенгагенской интерпретации, и приводит в итоге к необходимости использования в квантовой механике понятия вероятности. Бор всегда подчеркивал, что причина вероятностого описания предсказаний в квантовой механике заключается в том, что свойства микроскопических объектов нельзя изучать, отвлекаясь от способа наблюдения.

В классической физике предполагается, что измерение не влияет на измеряемый объект, при этом процесс измерения может быть сколь угодно точным. Когда воздействие процесса измерений на объект может быть сделано сколь угодно слабым, то это означает, что измеряемая величина имеет определенное значение сама по себе, независимо от измерений.

Переходя к единой модели свободного движения следует отметить, что важную роль в этой модели играет мысленный эксперимент по «отслеживанию» свободного движения заряженной частицы на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью порогового черенковского излучения (либо мысленный эксперимент по отслеживанию свободного движения нейтральной частицы с помощью акустического аналога порогового черенковского излучения).

Данный мысленный эксперимент по «отслеживанию» свободного движения заряженной частицы с помощью порогового черенковского излучения можно рассматривать как измерение, где измерительным прибором является пороговое черенковское излучение (точнее, группа волн порогового черенковского излучения). При этом особо следует отметить, что воздействие порогового черенковского излучения на движущуюся заряженную частицу сколь угодно мало.

Можно показать, что, при «отслеживании» (измерении) свободного движения частицы с помощью порогового черенковского излучения на больших расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ (или при $l = 2p\,\mathbf{h}/p \to 0$, т.е. при $\mathbf{h} \to 0$), точность «отслеживания» (измерения) может быть сколь угодно большой (см. (1.6) или (2.9) при $\mathbf{h} \to 0$). Напомним также, что, как было показано в разделе 2 (см. еще приложение 4), описание свободного движения физических тел (в том числе тел большой массы и больших размеров) в рамках единой модели свободного движения осуществляется с помощью волновых пакетов (являющихся решениями (1.1г,д)) с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$.

В данном случае ($l >> 2p\,\mathbf{h}/p$) пороговое черенковское излучение распространяется по законам геометрической оптики (см. уравнение эйконала (1.3)), а свободное движение частицы описывается уравнением Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля (1.4) со сколь угодно большой точностью.

Таким образом, при «отслеживании» (измерении) свободного движения заряженной частицы на больших расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью порогового черенковского излучения процесс «отслеживания» (измерения) движения такой частицы можно считать сколь угодно точным, а воздействие порогового черенковского излучения на движущуюся частицу сколь угодно малым. В данном случае ситуация с точки зрения измерения аналогична ситуации в нерелятивистской и релятивистской классической механике.

При «отслеживании» свободного движения заряженной частицы на малых расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью порогового черенковского излучения мы имеем несколько иную ситуацию. В рассматриваемом случае процесс «отслеживания» (измерения) движения частицы с помощью порогового черенковского излучения носит принципиально неустранимый приближенный характер, т.е. процесс «отслеживания» (измерения) не может быть точным. Однако, также как и предыдущем случае ($l >> 2p\,\mathbf{h}/p$), при движении частицы на расстояниях $l \le 2p\,\mathbf{h}/p$ воздействие порогового черенковского излучения на движущуюся частицу можно считать сколь угодно малым.

Поясним, что пороговое черенковское излучение (как и любое излучение) всегда существует в виде группы волн с $\Delta w \ne 0$ и размерами $\Delta x \ne 0$, $\Delta y \ne 0$, $\Delta z \ne 0$, определяющими пространственную протяженность этой группы. Поэтому в общем случае при «отслеживании» (измерении) движения частицы положение точечной частицы при ее движении в любой момент времени определяется с точностью до размеров $\Delta x \approx 1/\Delta k_x$, $\Delta y \approx 1/\Delta k_y$, $\Delta z \approx 1/\Delta k_z$ группы волн порогового черенковского излучения.

Таким образом, существование группы волн порогового черенковского излучения с $\Delta w \neq 0$ и размерами ($\Delta x \neq 0$, $\Delta y \neq 0$, $\Delta z \neq 0$), в конечном счете приводит к приближенному «отслеживанию» (измерению) свободного движения заряженной частицы на малых пространственных (и временных) промежутках. В свою очередь, неустранимый приближенный характер «отслеживания» свободного движения частицы на малых расстояниях $l \leq 2p\,\mathbf{h}/p$ приводит к неустранимому приближенному теоретическому описанию свободного движения данной частицы с помощью группы (суперпозиции) плоских волн вида (1.2) (или (2.4а)) с $w = E/\mathbf{h}$ и $k = p/\mathbf{h}$ (см., например (2.7в)), причем точность описания движения, определяется из соотношений (1.6) или (2.9), аналогичных соотношениям неопределенностей. Именно вследствие приближенного теоретического описания данного движения частицы на малых расстояних $l \leq 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью группы волн (1.2) (или (2.4а)) можно выяснить физический смысл этой группы волн и показать, что группа волн (1.2) (или (2.4а)), является волной вероятности (подробнее, см. раздел 2).

Итак, причина вероятностной трактовки движения и соотношения неопределенностей (1.6) или (2.9), согласно единой модели движения, состоит в неустранимом приближенном теоретическом описании свободного движения заряженной частицы на малых расстояниях $l \leq l = 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью группы волн (1.2) (или (2.4а)). В свою очередь, причина неустранимого приближенного теоретического описания свободного движения заряженной частицы на малых расстояниях $l \leq l = 2p\,\mathbf{h}/p$ кроется в принципиально неустранимом приближенном характере «отслеживания» (измерения) свободного движения частицы на малых расстояниях $l \leq l = 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью группы плоских волн порогового черенковского излучения.

В рассматриваемом случае ($l \leq l = 2p\,\mathbf{h}/p$), в рамках единой модели движения, несмотря на то, что воздействие порогового черенковского излучения (измерительного прибора) на движущуюся заряженную частицу можно считать сколь угодно малым, при заданном состоянии свободной частицы последующее измерение может дать различные результаты, которые можно предсказать лишь статистически, из-за принципиально неустранимого приближенного характера «отслеживания» (измерения) свободного движения заряженной частицы с помощью порогового черенковского излучения.

В результате в рамках единой модели свободного движения (и единой динамики (см. приложение 1)) при описании движения частицы на малых расстояниях $l \leq l = 2p\,\mathbf{h}/p$, также как и в квантовой теории, можно придти к более развитому математическому аппарату – теории линейных операторов и их собственных значений и собственных функций и т.п. В настоящей работе уже обосновывалась возможность использования в рамках единой модели движения (и в рамках единой динамики, построенной на основе единой модели свободного движения [1]) математического формализма нерелятивистской и релятивистской квантовой теории.

Аналогичную картину с точки зрения статистичности результатов последующих измерений состояния движущейся микрочастицы мы имеем в стандартной (копенгагенской) интерпретации квантовой механики, но по другой причине. Квантовая механика также не может делать строго определенные предсказания относительно будущего состояния микрочастицы. При заданном начальном состоянии микрочастицы последующее измерение может дать различные результаты. Однако причины такого положения дел в стандартной квантовой механике иные. Согласно стандартной (копенгагенской) интерпретации квантовой механики, процесс измерения всегда оказывает неконтролируемое воздействие на микрочастицу. Такое неконтролируемое воздействие, как считается в квантовой механике, не может быть сделано сколь угодно слабым, что в конечном счете и приводит к появлению понятия вероятности и соотношения неопределенностей.

Мысленный эксперимент (измерение) по «отслеживанию» свободного движения заряженных частиц на малых расстояниях $l \leq l = 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью порогового черенковского излучения ставит под сомнение концепцию измерения в стандартной (копенгагенской) интерпретации квантовой механики, поскольку такая концепция измерения основана на положении, согласно которому, неконтролируемое воздействие измерительного прибора на микрочастицу не может быть сделано сколь угодно малым. В то время как данный мысленный эксперимент по «отслеживанию» свободного движения заряженных частиц на малых расстояниях $l \leq l = 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью порогового черенковского излучения свидетельствует об обратном.

Дополнительно отметим, что вывод о неконтролируемом воздействии процесса измерения на микрочастицу в рамках стандартной (копенгагенской) интерпретации квантовой механики по существу следует из мысленного эксперимента Гейзенберга. В связи с этим также укажем на измерения «без взаимодействий», которые нарушают логику мысленного эксперимента Гейзенберга [25,26].

Приложение 4
Решение апории «стрела» Зенона Элейского на основании единой модели свободного движения

Известны четыре апории Зенона («дихотомия», «ахиллес и черепаха», «стрела», «стадий»), представляющие собой анализ движения. Из них обычно особо выделяют апорию «стрела», поскольку в этой апории в наибольшей степени затрагивается проблема сущности движения и выявляются основные трудности, связанные с пониманием этой сущности.

Согласно апории «стрела», исходя из утверждений о том, что в каждое мгновение летящая стрела находится в определенном месте пространства – совершенно так же, как и покоящееся тело, и исходя из того, что время слагается из мгновений, Зенон приходит к заключению, что стрела вообще покоится во все время своего полета [21].

Как известно, в истории было много попыток решить этот парадокс. Одна из попыток решения апории «стрела» принадлежит Гегелю[22]. Причину парадокса Зенона Гегель видит в представлении, что движущееся тело в каждое мгновение находится в определенном месте пространства. Истина же по Гегелю состоит в том, что в одно и то же мгновение движущееся тело находится и не находится в определенном месте.

Однако формулировка движения, данная Гегелем, вступает в противоречие с ньютоновской концепцией движения. Согласно классической механике, никакое движущееся тело или частица не может одновременно находиться и не находиться в данном месте и при движении тело или частица последовательно проходит одну точку за другой, т.е. перемещается в пространстве по траектории. Именно поэтому, как правило, отрицается истинность решения Гегеля по данному вопросу и апория «стрела» считается неразрешенной до сих пор.

Будем рассматривать летящую стрелу как физическое тело достаточно большой массы и больших размеров, движущееся на больших расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$.

Согласно единой модели свободного движения, движение всех тел в природе имеет волновой вероятностный и в общем случае релятивистски инвариантный характер. Из единой модели вытекает вероятностная трактовка движения всех тел не только в микромире, но и, строго говоря, в макромире. Причем, при строгом описании движения тел большой массы и размеров на больших пространственных и временных промежутках с помощью единой модели свободного движения, вероятность p нахождения движущегося тела или частицы в определенном месте (или точке) своей траектории принимает значения: $p<1$ и $p\to 1$ (т.е. $p\leq 1$). Такие значения вероятности являются следствием того, что волновые уравнения свободного движения (1.1) (или (1.1г,д)), описывающие это движение на малых расстояниях $l \leq 2p\,\mathbf{h}/p$ вероятностным образом, можно приближенно представить в виде нерелятивистского (или релятивистского) уравнения Гамильтона-Якоби в случае движения частицы в отсутствии внешнего поля на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ (см. раздел 1). При этом можно приближенно считать, что движение тела или частицы происходит по прямолинейной траектории со скоростью $\vec{V} = const$, хотя, точнее, утверждать, что вероятность p нахождения тела или частицы в данный момент времени в определенном месте (или точке) прямолинейной траектории устремляется к единице ($p\to 1$), но всегда меньше единицы ($p<1$). Таким образом, строго говоря, в данный момент времени движущееся тело или частица с большой вероятностью p ($p<1$ и $p\to 1$) находится в определенном месте (или точке) своей траектории и с малой вероятностью $1-p$ ($1-p\neq 0$ и $1-p\to 0$) не находится в этом месте. Отсюда следует, что единая модель свободного движения не только не противоречит гегелевской формулировке движения, но эта модель уточняет и обобщает гегелевскую формулировку, согласно которой в одно и то же мгновение движущееся тело находится и не находится в определенном месте.

В свете изложенного становится очевидна ошибка Зенона, заключающаяся в представлении, что движущееся тело в данный момент времени находится в определенном месте пространства. В то время как, согласно единой модели свободного движения, в данный момент времени движущееся тело или частица находится в определенном месте (или точке) своей траектории с большой вероятностью p ($p<1$ и $p\to 1$) и не находится в этом месте с малой вероятностью $1-p$ ($1-p\neq 0$ и $1-p\to 0$).

В заключение следует отметить следующее. На первый взгляд, может показаться, что для решения апории «стрела» Зенона следует использовать предельный переход от стандартной квантовой механики к классической механике, который позволяет рассматривать классическую механику как предельный частный случай квантовой механики. Однако, строго говоря, классическую механику нельзя считать предельным частным случаем квантовой механики в применении к физическим телам большой массы и больших размеров [6]. Дело в том, что любая классическая частица и классическое тело обладает заданными координатами и размерами. В квантовой механике такой ситуации должны были бы соответствовать волновые пакеты с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$. Однако никаких физических оснований для такой локализации в стандартной квантовой механике нет [6].

Следует пояснить, что в случае предельного перехода при подстановке $\psi = ae^{i\varphi}$ (где фаза $\varphi = S/\hbar$ является большой величиной) в уравнение Шредингера наряду с уравнением Гамильтона-Якоби мы получим уравнение непрерывности [16]. Анализ уравнения непрерывности показывает, что по законам классической механики с классической скоростью $\vec{V} = const$ перемещается плотность вероятности, а не сама частица [16]. Для того чтобы получить движение частицы по прямолинейной траектории со скоростью $\vec{V} = const$, надо исходить из волновой функции особого вида, заметно отличной от нуля лишь на очень малом участке пространства (волновой пакет); размеры этого участка стремятся к нулю вместе с $\hbar$. Другими словами, для того чтобы получить движение частицы по траектории, необходимо дополнительное условие о волновых пакетах с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\hbar \to 0$, которые описывали бы движение частицы. Еще раз подчеркнем, что никаких физических оснований для такого дополнительного условия в стандартной квантовой механике нет. Более того, любому классическому объекту, можно приписать сколь угодно несуразную волновую функцию (удовлетворяющую уравнению Шредингера) и никаких правил для отбора более разумных волновых функций в квантовой теории не существует. Именно поэтому классическую механику нельзя считать предельным частным случаем квантовой механики в применении к физическим телам большой массы и больших размеров.

Отсюда следует, что квантовая механика не может быть использована для решения апории «стрела» Зенона.

Здесь следует также отметить, что в рамках квантовой механики имеется другой вариант пути решения вопроса о взаимосвязи классической механики и квантовой механики, основанный на теоремах Эренфеста [15,23,24]. Смысл следствий теорем Эренфеста можно изложить следующим образом. Рассмотрим средние значения операторов таких физических величин, которые имеют классический аналог. Будем также рассматривать в координатном представлении такие волновые функции, которые являются волновыми пакетами с очень узкой локализацией. Тогда временная эволюция средних значений операторов физических величин, имеющих классический аналог, определяется классическими уравнениями (уравнениями классической механики). Однако, как следует из изложенного, и при таком подходе, как и в предыдущем случае, никаких физических оснований для описания движения тел большой массы и больших размеров с помощью волновых функций в виде волновых пакетов с очень узкой локализацией не имеется.

Что касается единой модели свободного движения, то здесь ситуация иная. Как было показано выше (см. раздел 2), в рамках единой модели свободного движения, естественным образом появляется дополнительное условие, связанное с описанием свободного движения физических тел (в том числе тел большой массы и больших размеров) на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ с помощью волновых пакетов (являющихся решениями (1.1г,д)) с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\hbar \to 0$.

В связи с актуальностью данного вопроса для решения апории «стрела», кратко повторим наши рассуждения (см. раздел 2). В первом разделе настоящей работы было показано, что уравнение свободного движения (1.1) (или (2.5а)) может быть записано в более общем виде (1.1г,д). Решениями (1.1г,д) могут являться группы (пакеты) волн вероятности вида (1.2) (или (2.4а)). Как было показано в разделе 2, если с одной стороны исходить при движении на расстояниях $l >> 2\pi\hbar/p$ из справедливости постулируемого первого закона Ньютона и его релятивистского аналога в виде релятивистского или нерелятивистского уравнения Гамильтона-Якоби для частицы в отсутствии внешнего поля, с другой – исходить из волнового вероятностного и в общем случае релятивистски инвариантного характера движения на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ (о чем свидетельсвует «отслеживание» движения частиц на малых расстояниях с помощью волновой метки в виде распространяющегося электромагнитного возмущения порогового черенковского излучения) можно получить волновые уравнения свободного движения (1.1) или в более общем виде (1.1г,д), описывающие это движение на малых расстояниях $l \le 2\pi\hbar/p$ вероятностным образом. Строго говоря, данные уравнения справедливы для всех материальных тел в природе в том числе для тел большой массы и больших размеров (см. раздел 1 и 2). Кроме того, из требования справедливости первого закона Ньютона и его релятивистского аналога в СТО только на расстояниях $l >> 2\pi\hbar/p$ (данные законы описывают на расстояниях $l >> 2\pi\hbar/p$ свободное движение как движение по прямолинейной траектории с постоянной скоростью) помимо обоснования волновых уравнений свободного движения вида (1.1г,д) автоматически появляется дополнительное условие о том, что размеры пакета волн вероятности (1.2) (или (2.4а)) должны быть малыми и стремиться к нулю при $\hbar \to 0$. Поясним, что, нашему исходному требованию о движении на расстояниях $l >> 2\pi\hbar/p$ физических тел, в том числе тел большой массы и больших размеров, по прямолинейной траектории с постоянной скоростью (это следует из первого закона Ньютона и его релятивистского аналога) соответствует требование описания свободного движения физических тел на малых расстояниях $l \leq 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью волновых пакетов (являющихся решениями (1.1г,д)) с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$.

Верно и обратное. В данном случае, по аналогии с квантовой механикой, при подстановке $y = ae^{ij}$ (где фаза $j = S/\mathbf{h}$ является большой величиной) в уравнения (1.1г,д) наряду с уравнениями Гамильтона-Якоби можно получить уравнения непрерывности [16]. Анализ уравнений непрерывности показывает, что по законам классической механики с классической скоростью $\vec{V} = const$ «перемещается» плотность вероятности, а не сама частица. Получить движение частицы с постоянной скоростью $\vec{V} = const$ по прямолинейной траектории, можно только при дополнительном условии, что размер группы волн вида (2.4а) мал, и стремится к нулю при $\mathbf{h} \to 0$[6,16].

Поэтому, при движении на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ из (1.1г,д) может следовать первый закон Ньютона и его релятивистский аналог только при вышеуказанном дополнительном условии.

Таким образом, в рамках единой модели свободного движения, естественным образом появляется дополнительное условие, связанное с описанием свободного движения физических тел (в том числе тел большой массы и больших размеров) на малых расстояниях $l \leq 2p\,\mathbf{h}/p$ с помощью волновых пакетов (являющихся решениями (1.1г,д)) с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$.

Следует отметить, что данное условие, связанное с описанием свободного движения заряженной ультрарелятивистской частицы на микроскопических пространственных (и временных) интервалах, соизмеримых с $l = 2p\,\mathbf{h}/p$, волновыми пакетами с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$, было получено на основании «отслеживания» свободного движения ультрарелятивистской частицы с помощью порогового черенковского излучения (см. раздел 2).

Как отмечалось в разделе 2, описание свободного движения частицы волновыми пакетами с узкой локализацией имеет также место в случае «отслеживания» движения нерелятивистской частицы с помощью порогового акустического излучения, являющегося аналогом порогового черенковского излучения.

Подобные волновые пакеты с очень узкой локализацией, при описании движения на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ (в этом случае фаза $j = S/\mathbf{h}$ является большой величиной, т.е. $\mathbf{h} \to 0$), не будут раплываться.

Действительно, как известно, время расплывания волнового пакета, например, для нерелятивистского случая описывается выражением [17]

$$\Delta t \sim \frac{m}{\mathbf{h}}(\Delta x)^2$$, где m - масса частицы, Δx - размер волнового пакета.

Из данного выражения следует, что при $\mathbf{h} \to 0$ эффект расплывания волнового пакета вообще отсутствует ($\Delta t \to \infty$), а размер пакета Δx, как следует из (2.9), стремится к нулю, если $\mathbf{h} \to 0$.

Легко показать, что подобные волновые пакеты с очень узкой локализацией, при описании движения на расстояниях $l >> 2p\,\mathbf{h}/p$ (т.е. в классическом пределе), не будут раплываться и в релятивистском случае.

Отметим, что при постулировании единой модели свободного движения частиц вместо постулирования уравнения свободного движения в виде (1.1) и его решения (1.2) можно было бы постулировать уравнение (1.1д) (из уравнения (1.1д) при v<<c легко получить (1.1г)) совместно с вышеуказанным условием об описании свободного движения на малых расстояниях с помощью волновых пакетов с очень узкой локализацией, стремящейся к нулю при $\mathbf{h} \to 0$, которые удовлетворяют уравнению (1.1д). При этом остальные пункты данного постулата не изменяются.

Таким образом, становится очевидным, что первый закон Ньютона и (его релятивистский аналог) можно рассматривать как предельный случай постулируемой единой модели свободного движения, в том числе для тел большой массы и больших размеров.

Отсюда следует, что в отличие от квантовой механики единая модель свободного движения может быть использована для решения апории «стрела».

Список литературы

1. Цырульников Д.А., О единой модели свободного движения частиц и динамике, построенной на ее основе, М.. МАКС Пресс, 2003.
2. Цырульников Д.А., О спектральном подходе в нерелятивистской и релятивистской квантовой теории, 3-е изд., М., МАКС Пресс, 2001.
3. Гинзбург В.Л., Теоретическая физика и астрофизика, 3-е изд., М., Наука, 1987.
4. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М., Мир, 1965.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Электродинамика сплошных сред, 3-е изд., М., Наука,1992.
6. Кадомцев Б.Б., Динамика и информация, 2-е изд., М., Ред. Журнала «Успехи физических наук», 1999.
7. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М., Фейнмановские лекции по физике т.1, М., Мир, 1965.
8. Фейнман Р., Характер физических законов, М., Наука, 1987.
9. Шредингер Э., Пространственно-временная структура вселенной, Новокузнецкий физико-математический институт, 2000.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теория поля, 7-е изд., М., Наука, 1988.
11. Фейнман Р., Мориниго Ф., Вагнер У., Фейнмановские лекции по гравитации, М., «Янус-К» 2000.
12. Ферми Э., Лекции по квантовой механике, 2-е изд., Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.
13. Айвазян Ю.М., Болотовский Б.М., Пороговые явления в излучении Вавилова-Черенкова, в кн.: Черенковские детекторы и их применение в науке и технике, М., Наука, 1990, стр. 366-368.
14. Борн М., Атомная физика, М., Мир, 1965.
15. Блохинцев Д.И., Основы квантовой механики, 5-е изд., М., Наука, 1976.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Квантовая механика, 4-е изд., М., Наука, 1989.
17. Соколов А.А., Тернов И.М., Квантовая механика и атомная физика, М., Просвешение, 1970.
18. Соколов А., Иваненко Д., Квантовая теория поля, М.-Л., ГТТИ, 1952.
19. L. de Broglie, Théorie générale des particules a spin (méthode de fusion), 2 ed., Paris, 1954
20. Сахаров А.Д., Научные труды, М., АОЗТ «Изд-во ЦентрКом», 1995.
21. Богомолов С.А., Актуальная бесконечность (Зенон Элейский, Ис.Ньютон, Г. Кантор), Л.-М., ГТТИ, 1934.
22. Гегель., Сочинения, т.5, М., 1937.
23. Багров В.Г., Соросовский образовательный журнал, №6, 1999.
24. Санюк В.И., Эренфеста теоремы, в кн.: Физическая энциклопедия, М., Научн. изд-во «Большая Российская Энциклопедия», 1998, т.5, стр.636-637.
25. Elitzur A., Vaidman L., Found.Phys. **23**, 987, 1993.
26. Вятчанин С.П., Халили Ф.Я., УФН. **174,** 765, 2004.