О внутреннем противоречии
в метрическом тензоре стандартной космологической модели

Ю.С. Кудрявцев

Метрика, лежащая в основе стандартной космологической модели, соответствует отсутствию обмена энергией между материей и гравитационным полем, что эквивалентно невозможности развития Вселенной во времени. Таким образом, в основу стандартной космологической модели, описывающей развивающуюся Вселенную, заложено глубокое внутреннее противоречие.

Противоречие снимается при использовании метрики, учитывающей ненулевую величину дифференциала масштабного фактора. Модифицированная космологическая модель, построенная на основе этой метрики, соответствует закону сохранения энергии и описывает Вселенную, остающуюся закрытой при любой плотности материи, не требующую введения дополнительных ненаблюдаемых субстанций (космологической постоянной или темной энергии), бесконечную во времени и на данном этапе развития расширяющуюся ускоренно.

Более медленная динамика расширения устраняет существенные проблемы стандартной космологической модели, связанные с ограничениями во времени, а также позволяет интерпретировать недавно обнаруженную симметрию реликтового излучения как естественное явление, не связанное с нарушением изотропии и других основополагающих принципов теории относительности.

98.80.-k

1. Введение. Внутреннее противоречие стандартной космологической модели

Уравнения общей теории относительности представляют собой математическое выражение закона сохранения энергии, на что неоднократно указывает Эйнштейн в «Основах общей теории относительности» [1]. Закон сохранения энергии, включающей энергию материи и гравитационного поля, в общей теории относительности выражается тензорным уравнением [2] :

$$(1/\sqrt{-g})\ \partial[T_i^k\sqrt{-g}]/\partial x^k - (1/2)\ \partial g_{kl}/\partial x^i\ T^{kl} = 0; \qquad (1)$$

Второй член в левой части этого уравнения представляет собой выражение для импульса, и, соответственно, для энергии, которые в единицу времени и в единице объема передаются материи от гравитационного поля [1]. Его нулевая компонента соответствует пространственной плотности передачи энергии.

Подставляя в нее компоненты метрического тензора и тензора энергии-импульса стандартной космологической модели, получаем, что она равна нулю (т.к. равны нулю все компоненты T^{kl} кроме T^{00}, и $g_{00}=1=const$, откуда $\partial g_{00}/\partial x^i \equiv 0$), что соответствует отсутствию обмена энергией между материей и гравитационным полем и, следовательно, невозможности развития Вселенной во времени. Таким образом, в основе стандартной космологической модели, описывающей расширяющуюся Вселенную, заложено глубокое внутреннее противоречие, которое не может быть устранено без изменения представлений о метрике.

2. Потенциальная и кинетическая энергия тел в стандартной модели Фридмана

Метрика, лежащая в основе стандартной космологической модели [2], выражается соотношением:

$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2[d\chi^2 + \sin^2\chi\,(\sin^2\theta\, d\varphi^2 + d\theta^2)]; \qquad (2)$$

где a - радиус кривизны пространства (масштабный фактор), χ - координата дальности, θ, φ - угловые координаты, c - скорость света. Соответствующие значения компонентов ковариантного метрического тензора: $g_{00} = 1$, $g_{11}= - a^2$, $g_{22} = - a^2 \sin^2\chi$, $g_{33} = - a^2 \sin^2\chi \sin^2\theta$.

Выражение (2) соответствует равномерно искривленному пространству, полученному Эйнштейном путем введения воображаемой 4-й пространственной координаты и ее последующего исключения через радиус кривизны пространства [3]. Этот математический формализм, позволяющий описать искривление 3х-мерного пространства гравитационными полями, как известно, был введен Эйнштейном при рассмотрении стационарной Вселенной. При выводе выражения (2) дифференциал исключаемой 4-й проостранственной координаты, входящий в выражение для элемента пространственного расстояния dl, выражается через дифференциалы трех других пространственных координат [2], но не через дифференциал радиуса кривизны пространства da, который в стационарной Вселенной равен нулю:

$$dl^2 = dx_1^2 +dx_2^2 +dx_3^2 +(x_1\, dx_1+ x_2\, dx_2 + x_3\, dx_3)^2 / (a^2- x_1^2- x_2^2- x_3^2). \qquad (3)$$

Рассмотрим связь метрики (2) с величиной гравитационного потенциала φ, определяющего величину потенциальной энергии U_g тела массой m в гравитационном поле.

По определению гравитационного потенциала

$$U_g = m\varphi. \qquad (4)$$

Из уравнений общей теории относительности следует [2], что в случае малых скоростей движения материи гравитационный потенциал связан с g_{00} выражением:

$$g_{00} = (1+2\varphi/c^2). \qquad (5)$$

Но в метрике (2) $g_{00} = 1$, откуда следует, что эта метрика, положенная в основу стандартной космологической модели, соответствует нулевым значениям потенциальной энергии материальных тел в гравитационном поле Вселенной. Таким образом потенциальная энергия тел в гравитационном поле в стандартной модели исключена из рассмотрения.

При этом материальные объекты Вселенной рассматриваются в сопутствуюшей системе координат, что отражается в уравнениях в форме нулевых скоростей материальных объектов [1,2]. Необходимость выбора такой системы координат, как известно, связана с условием изотропии пространства, эквивалентным отсутствию выделенных направлений, что выполняется при нулевом модуле векторов скорости. Но, удовлетворяя условию изотропии, сопутствующие координаты исключают из энергетического члена уравнений кинетическую энергию расширения, не компенсируя ее соответствующими изменениями в других членах. Таким образом, кинетическая энергия движения тел, связанного с расширением Вселенной, также исключена из рассмотрения.

3. Метрический тензор с учетом ненулевого дифференциала масштабного фактора в расширяющейся Вселенной

Рассмотрим, как изменится выражение для интервала (2) с учетом зависимости масштабного фактора от времени a(t). Вводя аналогично [2],[3] понятие о четырехмерном евклидовом пространстве и выражая четвертую пространственную координату через дифференциалы трех других пространственных координат и дифференциал радиуса кривизны пространства da, который для $a(t) \neq const$ не равен нулю, получим выражение для элемента пространственного расстояния dl в виде:

$$dl^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + (a\,da - x_1\,dx_1 - x_2\,dx_2 - x_3\,dx_3)^2 / (a^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2); \qquad (6)$$

где x_1, x_2, x_3 - декартовы пространственные координаты. Переходя от декартовых координат к полярным r, θ, φ и рассматривая для простоты только радиальные перемещения ($\theta = 0$, $d\theta = 0$), получим

$$dl^2 = dr^2 + (da - (r/a)_* dr)^2 / (1 - (r/a)^2); \qquad (7)$$

введем, аналогично [2], координату χ из выражения $r = \sin(\chi)$. Тогда

$$dl^2 = da^2 + a^2 d\chi^2; \qquad (8)$$

$$ds^2 = c^2dt^2 - dl^2 = c^2dt^2 - da^2 - a^2d\chi^2 = c^2dt^2(1 - da^2/c^2dt^2) - a^2d\chi^2; \qquad (9)$$

Обозначив $da/cdt = a'$, окончательно получим:

$$ds^2 = c^2dt^2(1 - a'^2) - a^2d\chi^2; \qquad (10)$$

Таким образом, учет зависимости a(t) дает выражение для интервала, в котором постоянное значение компоненты метрического тензора $g_{00} = 1$ заменяется на переменное

$$g_{00} = (1 - a'^2). \qquad (11)$$

Подставляя в (2), окончательно запишем:

$$ds^2 = c^2dt^2(1 - a'^2) - a^2[d\chi^2 + \sin^2\chi\,(\sin^2\theta\,d\varphi^2 + d\theta^2)]. \qquad (12)$$

4. Закон сохранения механической энергии в метрическом тензоре расширяющейся Вселенной.

Закрытая Вселенная в стандартной космологической модели представляет собой расширяющуюся 3-мерную гиперсферу в 4-мерном евклидовом [4] пространстве. В этом пространстве определены понятия длины (определен радиус гиперсферы) и времени. Следовательно, последовательное применение этого формализма требует распространить на него понятия скорости и кинетической энергии, принцип относительности Эйнштейна и выражения специальной теории относительности.

Сопоставляя (5) и (11), получаем

$$a'^2 = -2\varphi/c^2; \qquad (13)$$

$$\varphi = -(1/2)a'^2/c^2; \qquad (14)$$

С учетом того, что $a' = da/cdt$

$$\varphi = -(1/2)(da/dt)^2. \qquad (15)$$

Производная da/dt - это линейная скорость расширения гиперсферы, с которой любое материальное тело Вселенной перемещается в 4-мерном евклидовом пространстве в направлении, перпендикулярном ко всем координатным осям 3-мерного пространства. Обозначим ее V_4 и с учетом (4) получим:

$$U_g = - m V_4^2/2. \qquad (16)$$

Но $mv^2/2$ - нерелятивистское (для случая малых скоростей, к которому относится и выражение (5) для гравитационного потенциала), выражение для кинетической энергии E_k движения тела массой m (в данном случае движение в 4-мерном пространстве), откуда

$$U_g = - E_k. \qquad (17)$$

Это выражение представляет собой закон сохранения механической энергии, действующий в равной степени для всех материальных тел Вселенной. В точке максимального расширения, когда E_k=0, U_g также обращается в 0, в остальные моменты потенциальная энергия тела в гравитационном поле отрицательна и численно равна его кинетической энергии движения в 4-мерном пространстве с обратным знаком. Полная механическая энергия W_m в любой момент времени равна нулю

$$W_m = U_g + E_k = 0, \qquad (18)$$

что выражает закон сохранения энергии, представляющий в данной формулировке закон развития закрытой Вселенной. Естественно ожидать, что этот закон выполняется и при больших скоростях движения, т.е. вдали от точки максимального расширения Вселенной, но с переходом к релятивистским выражениям для кинетический и потенциальной энергии.

Отметим, что при этом не требуется отказ от сопутствующей системы координат, обеспечивающей требование изотропии пространства, т.к. движение объектов происходит в направлении, перпендикулярном ко всем координатным осям 3-мерного пространства, и скорости объектов в этом пространстве по-прежнему могут считаться равными нулю.

Таким образом, использование в модели расширяющейся Вселенной метрики, не учитывающей зависимость масштабного фактора от времени, приводит к исключению из рассмотрения кинетической и потенциальной энергии тел, а учет этой зависимости вводит их в рассмотрение и дает простое выражение для закона сохранения механической энергии, относящееся к любому материальному объекту Вселенной.

5. Выполнение закона сохранения энергии общей теории относительности

Выражение (18) позволяет вычислить скорость передачи энергии гравитационного поля (U_g) материи (E_k) в единицу времени и в единице объема (D_E) и сопоставить ее с нулевой компонентой тензорного равенства (1).

$$D_E = d(U_g)/dt = - d(E_k)/dt = - d/dt[\mu V_4^2/2]; \qquad (19)$$

где μ - средняя плотность (масса в единице объема),

Для упрощения запишем (1) в виде:

$$A_{00} - B_{00} = 0; \qquad (20)$$

где для однородной изотропной Вселенной в сопутствующей системе координат

$$A_{00} = (1/\sqrt{-g})\partial[T_0^0\sqrt{-g}]/\partial x^0; \qquad (21)$$

$$B_{00} = (1/2)\,\partial g_{00}/\partial x^0\, T^{00}. \qquad (22)$$

$x^0 = ct$, $\sqrt{-g} = \sqrt{(1-a'^2)}a^3\sin^2\chi\,\sin\theta$.

Нулевые компоненты смешанного и контравариантного тензоров энергии-импульса согласно выражениям для тензора энергии-импульса сплошных макроскопических тел [1], с учетом того, что давление может быть принято равным нулю, определятся выражениями:

$$T_0^0 = \varepsilon(dx_0/ds)(dx^0/ds) = \varepsilon; \qquad (23)$$

$$T^{00} = \varepsilon(dx^0/ds)(dx^0/ds). \qquad (24)$$

Для неподвижного объекта в сопутствующей системе координат $dx^1=dx^2=dx^3=0$ и

$$ds = d(ct)\sqrt{(1-a'^2)}; \qquad (25)$$

откуда

$$T^{00} = \varepsilon / (1-a'^2). \qquad (26)$$

Подставляя (23),(26) в (21),(22), с учетом $\chi = \theta = const$ и $\partial x^0 \equiv \partial(ct)$ получим

$$A_{00} = (1-a'^2)^{-1/2}a^{-3}\,\partial/\partial(ct)[\varepsilon(1-a'^2)^{1/2}a^3]; \qquad (27)$$

$$B_{00} = (1/2)\varepsilon(1-a'^2)^{-1}\,\partial/\partial(ct)[(1-a'^2)]; \qquad (28)$$

Плотность энергии ε в расширяющейся закрытой Вселенной зависит от времени и связана с ее полной массой M выражением

$$\varepsilon = \mu c^2 = Mc^2/V_{cu} = Mc^2/2\pi^2 a^3. \qquad (29)$$

Подставляя (29) в (27),(28), и считая массу Вселенной M постоянной величиной, которая может быть вынесена за знак производной, получаем

$$A_{00} = (Mc^2/2\pi^2)(1-a'^2)^{-1/2}a^{-3}\,\partial/\partial(ct)[(1-a'^2)^{1/2}]; \qquad (30)$$

$$B_{00} = (1/2)(Mc^2/2\pi^2 a^3)(1-a'^2)^{-1}\,\partial/\partial(ct)[(1-a'^2)]; \qquad (31)$$

Дифференцируя и упрощая, окончательно получим

$$A_{00} = -(Mc^2/2\pi^2)(1-a'^2)^{-1}a^{-3}\,a'a''; \qquad (32)$$

$$B_{00} = -(Mc^2/2\pi^2)(1-a'^2)^{-1}a^{-3}\,a'a'' = A_{00}; \qquad (33)$$

Итак, закон сохранения энергии в формулировке (1) при $g_{00} = (1-a'^2)$ выполняется.

6. Сравнение скоростей передачи энергии

Теперь рассчитаем D_E. Подставляя в (18) μ из (29), получим

$$D_E = -d/dt[\mu V_4^2/2] = -d/dt[(M/2\pi^2 a^3)(c^2 a'^2/2)] = -(Mc^2/2\pi^2)\,d/dt[a^{-3}a'^2/2] =$$

$$= -(Mc^2/2\pi^2)c\,d/d(ct)[a^{-3}a'^2/2] = -(Mc^2/2\pi^2)c[a^{-3}a'a'' - (3/2)\,a^{-4}a'^3]; \qquad (34)$$

Поскольку (18) получено для предельного случая малых скоростей, полагая $a' \to 0$, пренебрежем вторым слагаемым и окончательно получим:

$$D_E = -(Mc^2/2\pi^2)c[a^{-3}a'a'']; \qquad (35)$$

что совпадает с (32),(33) с точностью до сомножителя c, появившегося при переходе от переменной t к x^0=ct.

Проверим по размерности. Размерность энергии, переданной в единице объема в единицу времени [кг^{1}м$^{-1}$с$^{-3}$], что совпадает с размерностью правой части (35). Несовпадение с (32),(33) объясняется, очевидно, тем, что эти выражения были получены для единицы времени (ct) в предположении c=1. С учетом этого и полагая, что соответствие между B_{00} и D_E действительно не только для $a' \to 0$, получим:

$$A_{00} = B_{00} = D_E = -(Mc^3/2\pi^2)(1-a'^2)^{-1}a^{-3}\,a'a''; \qquad (36)$$

Итак, метрика однородной изотропной расширяющейся Вселенной, полученная с учетом зависимости масштабного фактора от времени (12), удовлетворяет закону сохранения энергии общей теории относительности (1), и скорость передачи энергии гравитационного поля материи в единицу времени и в единице объема, вытекающая из (2), соответствует этой величине в законе сохранения энергии (1).

7. Вывод уравнений поля.

Для вывода уравнений поля, соответствующих метрике (12) с переменным значением g_{00}, воспользуемся приемом, который был использован в [2] для получения уравнений поля стандартной космологической модели в параметрическом виде, где вместо времени вводится параметр η, определяемый соотношением:

$$c\,dt = a\,d\eta. \tag{37}$$

Здесь t - время, c - скорость света, a - масштабный фактор, значение временного компонента метрического тензора $g_{00} = a^2$.

Если записать соотношение (37) как:

$$c\,dt = b\,d\eta; \tag{38}$$

где b - некая переменная величина, имеющая, как и масштабный фактор, размерность длины, но, вообще говоря, не равная a, получим $g_{00} = b^2$, и вычисление компонентов тензора Риччи для решения уравнений Эйнштейна в закрытой модели Вселенной аналогично [2] дает:

$$R_{00} = (3/ab)*(a'b' - a''b); \tag{39}$$

$$R_{11} = a''a/b^2 + 2a'^2/b^2 - aa'b'/b^3 + 2 ; \tag{40}$$

$$R_{22} = (a''a/b^2 + 2a'^2/b^2 - aa'b'/b^3 + 2)*\sin^2\chi ; \tag{41}$$

$$R_{33} = (a''a/b^2 + 2a'^2/b^2 - aa'b'/b^3 + 2)*\sin^2\chi*\sin^2\theta; \tag{42}$$

$$R = (-6/a^3)*(a + a''a^2/b^2 + a'^2a/b^2 - a'b'a^2/b^3). \tag{43}$$

Подставляя (39)-(43) в уравнение Эйнштейна в смешанных компонентах и упрощая, получаем аналогично [2] уравнение поля закрытой Вселенной в виде

$$a'^2/b^2 - T^0_0(8\pi G/3c^4)a^2 + 1 = 0; \tag{44}$$

где $a' = da/d\eta$.

Если в (39)-(44) положить b=a, они совпадают с полученными в [2] выражениями для стандартной космологической модели в параметрическом представлении. Если положить $b(t)=const=1$, $d\eta=cdt$, получим метрику (2) и уравнение (44) представит зависимость масштабного фактора от времени для стандартной модели не в параметрическом, а в явном виде. Подставляя $T^0_0 = \varepsilon$, получим для закрытой Вселенной уравнение

$$a'^2 - (8\pi G\varepsilon/3c^4)a^2 + 1 = 0; \tag{45}$$

где G - гравитационная постоянная, $a' = da/cdt$. Уравнение для открытой модели отличается только знаком свободного члена:

$$a'^2 - (8\pi G\varepsilon/3c^4)a^2 - 1 = 0. \tag{46}$$

<u>ЗАМЕЧАНИЕ ОБ ОТКРЫТОЙ МОДЕЛИ:</u> Открытая модель, в отличие от закрытой, описывает Вселенную бесконечного пространства, что придает ей дополнительную противоречивость, связанную с тем, что в бесконечном пространстве можно произвольно выделить сколько угодно областей, удовлетворяющих условию самозамыкания по Шварцшильду, то есть закрытых, что противоречит открытому характеру модели. В связи с этим в дальнейшем рассматриваем только закрытую модель Вселенной. В

дальнейшем будет показано, что при построении модели, основанной на метрике (12) Вселенная остается закрытой при любой плотности материи.

Выражение (44) позволяет получить уравнение, описывающее динамику развития Вселенной и для $b(t) \neq const$. Подставим соответствующее (12) значение $b^2(t) = (1-a'^2)$.

$$a'^2/(1-a'^2) - T^0_0(8\pi G/3c^4)a^2 + 1 = 0; \qquad (47)$$

Выразим T_0^0 через ε из (23), а ε - через объем пространства и массу Вселенной M согласно (29). Подставляя в (57), получим уравнение поля в виде

$$2a_0/a = 1 + a'^2/(1-a'^2); \qquad (48)$$

где константа

$$a_0=2GM/3\pi c^2. \qquad (49)$$

Введя относительную величину масштабного фактора $\alpha = a/2a_0$, получим

$$a' = da/cdt = (1-\alpha)^{1/2} ; \qquad (50)$$

откуда

$$dt = (2a_0/c)\, d\alpha /(1-\alpha)^{1/2}. \qquad (51)$$

8. Вопрос о системах отсчета

При рассмотрении Вселенной как расширяющейся гиперсферы в 4-мерном евклидовом пространстве, в котором действительны представления о скорости и уравнения специальной теории относительности, можно рассматривать две системы отсчета:

- система координат, связанная с центром масс Вселенной, расположенным в геометрическом центре гиперсферы,

- система координат наблюдателя, расположенного в какой-то точке поверхности гиперсферы и неподвижного относительно этой точки.

Поскольку эти системы координат в каждый момент времени движутся по отношению друг к другу с относительной скоростью $\beta=v/c=a'$, скорости течения времени в них различны. К какой из них относится входящее в уравнения поля время t?

Если t есть время в системе координат наблюдателя на поверхности гиперсферы (обозначим ее K), то собственное время t_c центра гиперсферы, удаляющегося от наблюдателя с относительной скоростью $\beta = a'$, определится выражением частной теории относительности

$$dt_c = dt\, (1- \beta^2)^{1/2} = dt / \gamma; \qquad (52)$$

где

$$\gamma = (1-a'^2)^{-1/2}. \qquad (53)$$

Однако это не имеет какого-нибудь практического значения, т.к. наблюдения и измерения производятся в той же системе отсчета K, к которой относятся описывающие Вселенную уравнения. Заметим, что этому варианту свойственна отмеченная выше противоречивость.

В противоположном случае входящее в уравнения поля время t относится к системе координат центра гиперсферы (центра масс) K_c, с которой связаны часы, удаляющиеся от наблюдателя на поверхности расширяющейся гиперсферы с относительной скоростью $\beta = a'$. В этом случае t есть собственное время движущихся часов, находящихся в центре масс, связанных с временем t_{obs} в системе координат наблюдателя выражением

$$dt = dt_{obs}/\gamma. \qquad (54)$$

Отметим, что при таком подходе сопутствующая система отсчета становится 4-мерной и, по-прежнему растягиваясь вместе с 3-мерным пространством - поверхностью гиперсферы, приобретает центральную точку, при взгляде из которой мы переходим от 3-мерной сопутствующей системы отсчета, исключающей из рассмотрения кинетическую энергию расширения, к инерциальной системе отсчета, неподвижной относительно центра масс. При этом в рассмотрение включается энергия расширения, т.к. вся материя движется относительно этой системы отсчета со скоростью $\beta = a'$. Рассмотренное выше проявление закона сохранения механической энергии в метрическом тензоре подтверждает правомерность такой системы отсчета, т.к. потенциальная энергия материи в гравитационном поле численно равна (со знаком «-») ее кинетической энергии именно в системе центра масс.

При этом условие изотропности 3-мерного мира сохраняется, т.к. расширение происходит в направлении, перпендикулярном всем его пространственным координатам.

9. Возможность учета кинетической энергии расширения.

В системе K_c масса каждого материального элемента Вселенной определится выражением частной теории относительности

$$m' = m(1-\beta^2)^{-1/2}; \qquad (55)$$

где β - его относительная скорость. Но все объекты Вселенной движутся относительно центра гиперсферы с одним и тем же модулем относительной скорости, равным a', поэтому формула (55) может быть отнесена к массе Вселенной в целом:

$$M' = M(1-a'^2)^{-1/2} = \gamma M. \qquad (56)$$

Тогда масса M в уравнении поля должна быть заменена на $M' = \gamma M$, что эквивалентно замене константы a_0 в выражении (48) произведением γa_0. Выполнив эту замену и учитывая, что знаменатель выражения в правой части также может быть выражен через γ, получим:

$$(2a_0/a)^2 = \alpha^{-2} = \gamma^{2}; \qquad (57)$$

откуда, подставляя (53), получим уравнение, определяющее динамику развития Вселенной для метрики (12), в виде:

$$a' = da / cdt = (1 - \alpha^2)^{1/2}; \qquad (58)$$

откуда

$$dt = (2a_0/c)\, d\alpha /(1-\alpha^2)^{1/2}. \qquad (59)$$

10. Выражение скорости расширения через наблюдаемые величины.

Свяжем скорость расширения гиперсферы a' с наблюдаемыми величинами. Скорость удаления объектов в зависимости от расстояния задается постоянной Хаббла, определяемой как

$$H = (1/a)(da/dt). \qquad (60)$$

Выразив a через α и da/dt через a', получим:

$$H = (c/2a_0\alpha)\, a'; \qquad (61)$$

$$a_0 = 2GM/3\pi c^2 = (2G/3\pi c^2)2\pi^2 a^3\mu = (2G/3\pi c^2)2\pi^2(2a_0\alpha)^3\mu; \qquad (62)$$

где μ - плотность массы. Разделив обе части на a_0^3 и преобразуя, получим равенство

$$(c/2a_0\alpha) = (8\pi G\mu/3)^{1/2}\alpha^{1/2}. \qquad (63)$$

Подставляя в (61), получим

$$H = (8\pi G\mu/3)^{1/2}\alpha^{1/2} a'; \qquad (64)$$

откуда

$$a' = \alpha^{-1/2} (3H^2/8\pi G\mu)^{1/2}. \qquad (65)$$

Отмечая, что $(3H^2/8\pi G)$ представляет собой выражение для критической плотности μ_k, и вводя относительную плотность

$$\Omega = \mu / \mu_k; \qquad (66)$$

получим выражение, связывающее скорость расширения a' с наблюдаемыми величинами H и μ, выраженными через относительную плотность Ω, в виде

$$a' = \alpha^{-1/2}\, \Omega^{-1/2}. \qquad (67)$$

11. Уравнение для основных параметров закрытой Вселенной

Подставив (67) в (58), получим выражение

$$\Omega = \alpha^{-1}(1 - \alpha^2)^{-1}, \qquad (68)$$

позволяющее найти из наблюдаемых величин H и μ, входящих в Ω, относительную величину масштабного фактора α и далее из (63) величину константы a_0, то есть основные геометрические параметры Вселенной:

Однако в закрытой модели $0<\alpha<1$, откуда правая часть этого уравнения всегда > 1, в то время как левая часть, т.е. Ω, согласно наблюдательным данным, <1. При этом уравнение (68), как и аналогичное уравнение для стандартной модели

$$\Omega = (1 - \alpha)^{-1}; \qquad (69)$$

не имеет действительных решений.

Это противоречие между наблюдаемой плотностью материи и равенством (68) требует дальнейшего рассмотрения. Поскольку оно связано с величиной критической плотности μ_k, рассмотрим, не могут ли оказывать влияние на ее значение сделанные ранее выводы о системах отсчета. В выражение для μ_k входят две физические величины - гравитационная постоянная G и постоянная Хаббла H.

12. Проверка влияния гравитационной постоянной.

Принцип относительности Эйнштейна требует независимости от системы отсчета одной из мировых констант - скорости света, но не налагает таких же требований на другие величины, рассматриваемые в качестве мировых констант, в том числе на гравитационную постоянную, вопрос о постоянстве или непостоянстве которой дискутируется уже более полувека.

Рассмотрим этот вопрос с точки зрения двух систем отсчета - наблюдателя на поверхности гиперсферы (K), и центра гиперсферы (K_c), удаляющегося от наблюдателя с относительной скоростью $\beta = a'$ в направлении, перпендикулярном всем трем пространственным координатам.

Мы измеряем гравитационную постоянную в системе координат наблюдателя. Если время t в уравнениях поля есть время в системе отсчета наблюдателя, ее значение в уравнениях равно измеренному. Но если уравнения поля относятся к системе отсчета центра гиперсферы, мы должны проверить, будет ли величина гравитационной постоянной иметь в этой системе координат, т.е. в уравнениях поля, значение, равное измеренному.

Для этого рассмотрим в системах координат K и K_c простую систему взаимодействующих тел, например, тело массой m, обращающееся вокруг планеты массой M по круговой орбите радиуса R.

Условие равновесия тела на круговой орбите:

$$F_{grav} = GmM/R^2 = F_{centr} = m\omega^2 R; \qquad (70)$$

где ω - угловая скорость, откуда

$$G = \omega^2 R^3/M = 4\pi^2 R^3/MT^2. \qquad (71)$$

Все величины, относящиеся к K_c, будем отмечать индексом ($_c$). Т.к. плоскость вращения перпендикулярна скорости взаимного удаления систем отсчета, $R_c = R$, откуда $4\pi^2 R^3 = const$.

$$G = const / MT^2. \qquad (72)$$

Рассмотрим полученное выражение с точки зрения закона сохранения момента импульса (**Mo** = [**R** x **p**] = const). Для системы двух тел с массами m и M, вращающихся вокруг общего центра инерции по круговым орбитам

$$|\mathbf{Mo}| = Mo = \omega R^2(Mm/M+m); \qquad (73)$$

где R - расстояние между центрами масс, ω - угловая скорость вращения.

При M>>m, с учетом (71), получим

$$Mo = \omega R^2 m = m(GMR)^{1/2}; \qquad (74)$$

откуда

$$G = Mo^2 / Mm^2R = const / Mm^2. \qquad (75)$$

Теперь рассмотрим соотношения всех величин, входящих в полученные выражения, в системах отсчета K и K_c. Как мы уже отмечали, $l_c = l$; $R_c = R$. Рассмотрим T, M и m.

В соответствии с выводом, сделанным рассмотрении вопроса о системах отсчета, считаем, что уравнения поля относятся к системе координат K_c. Интервал собственного времени этой системы dt связан с интервалом времени dt_{obs} в системе отсчета наблюдателя K как $dt=dt_{obs}/\gamma$ (54). Соответственно период времени T, измеренный в системе отсчета K, будет связан со значением в системе K_c соотношением

$$T_c = T/\gamma; \qquad (76)$$

Из сравнения (72) и (75) получаем, что период T и массы m, M в рассмотренных примерах изменяются при переходе от одной системы отсчета к другой по одному и тому же закону, откуда

$$M_c = M / \gamma; \qquad (77)$$

$$G_c = const / M_cT_c^2 = \gamma^3 \, const / MT^2 = G \gamma^3. \qquad (78)$$

13. Проверка влияния постоянной Хаббла.

Скорость движения наблюдаемого объекта относительно наблюдателя равна разности векторов скорости расширения гиперповерхности в 4-мерном пространстве в точках расположения наблюдаемого объекта и наблюдателя. Модули этих векторов для любой точки Вселенной в пренебрежении собственными скоростями тел имеют значение β = a', а направления перпендикулярны к гиперповерхности. Т.к. мы рассматриваем только радиальные перемещения, (θ=φ=0), можем графически изобразить модель 4-мерного пространства в 2-мерном сечении (Рис.1).

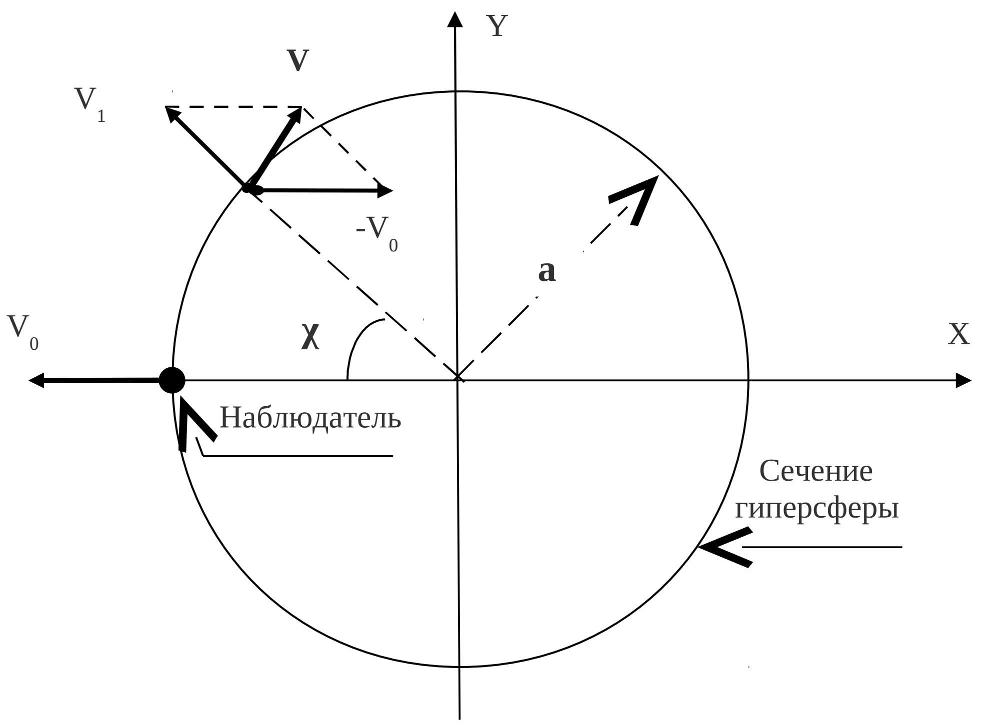

Рис. 1. Двумерное сечение 4-мерного евклидова пространства с гиперсферой радиуса «а». Угловая координата χ характеризует удаление точки гиперповерхности от места расположения наблюдателя (черная точка). Векторы $\mathbf{V_0}$ и $\mathbf{V_1}$ - скорости движения наблюдателя и наблюдаемого объекта. Вектор **V** - скорость движения объекта относительно наблюдателя.

Сумма векторов $\mathbf{V_1}$ и $\mathbf{-V_0}$ по формулам релятивистского сложения скоростей дает выражение для зависимости скорости удаления V объекта от координаты χ

$$V^2(\chi) = c^2\beta^2{*}(2 - 2{*}\cos(\chi) - \sin^2(\chi){*}\,\beta^2) / (1 - \beta^2{*}\cos(\chi))^2; \qquad (79)$$

Переходя к пределу $\chi \to 0$, получаем

$$V(\chi) \to c\beta\chi /(1-\beta^2)^{1/2}; \qquad (80)$$

Выразим пространственное расстояние D через угловую координату χ ($D = a{*}\chi$) и учитывая, что $\beta = a'$, получим:

$$V(D) = dD/dt = ca'(D/a)/(1- a'^2)^{1/2} = (ca'/a)\, D\gamma = HD\gamma; \qquad (81)$$

где H - постоянная Хаббла.

Обозначим коэффициент пропорциональности между наблюдаемой скоростью удаления объектов и расстоянием до них как $H_{obs} = V_{obs}/D$ и выразим его через постоянную Хаббла из (81) с учетом (54):

$$H_{obs} = (1/D)(dD/dt_{obs}) = (1/\gamma D)(dD/dt) = (1/\gamma D)\, HD\gamma = H. \qquad (82)$$

Таким образом, значения постоянной Хаббла в системах координат наблюдателя и центра гиперсферы численно одинаковы и эта величина не оказывает влияния на значение критической плотности.

14. В какой системе отсчета постоянна гравитационная постоянная?

Гравитационная постоянная входит в исходные уравнения поля. Мы установили, что ее значение в системе координат центра масс Вселенной отличается от значения в системе координат неподвижного наблюдателя и связано с ним коэффициентом γ^3, зависящим от скорости расширения, т.е. изменяющимся во времени. В связи с этим встает вопрос, в какой из этих систем отсчета гравитационная постоянная постоянна?

Если она постоянна в системе отсчета наблюдателя ($G = const$), то будет переменной в системе отсчета центра масс ($G_c \neq const$), к которой относятся уравнения поля. Тогда мы должны учесть переменность этой величины, произведя в исходном уравнении (57) замену $G \rightarrow G_c = G\gamma^3$:

Переход $G \rightarrow G_c$ в уравнении (57) приведет к замене $a_0 \rightarrow a_{0c}=a_0\gamma^3$. Перейдя затем от переменной a' к переменной γ и упрощая, получим равенство:

$$\alpha = \gamma^2, \qquad (83)$$

которое не выполняется при всех $\alpha \neq 1$. Таким образом, предположение о том, что величина G постоянна, приводит к противоречию и является ошибочным.

Рассмотрим противоположный вариант ($G_c=const$, $G\neq const$). В этом случае входящая в уравнения величина гравитационной постоянной G_c остается константой, и уравнение (57) и вытекающие из него зависимости (58),(59), определяющие динамику развития Вселенной, остаются неизменными. Но выражение (68), связывающее измеренное значение G с текущим значением α, должны содержать зависящее от α соотношение между G и G_c.

Подставим G_c в выражение для μ_k ($\mu_k^c = 3H^2/8\pi G_c$) и выразим его через измеряемое значение G из (78). Это приводит к замене $\mu_k \rightarrow \mu_k^c = \mu_k/\gamma^3(\alpha)$.

Подставляя в (68), получим:

$$\Omega\,\gamma^3 = \alpha^{-1}(1 - \alpha^2)^{-1}. \qquad (84)$$

и с учетом (57)

$$\Omega = (1-\alpha^2)^{-1}\alpha^{\,2}; \qquad (85)$$

$$\alpha = \Omega^{1/2}\,(1+\Omega)^{-1/2}; \qquad (86)$$

Равенства (85),(86) действительны не только при $\Omega > 1$, но и при $\Omega < 1$. Противоречие между теоретическими соотношениями и наблюдательными данными, характерное для стандартной модели, в этом случае отсутствует, и Вселенная остается закрытой при любой относительной плотности материи.

Подставляя в (63), получим выражения для a_0 и a:

$$a_0 = (c/2H)\,\Omega^{-5/4}(\Omega+1)^{3/4}; \qquad (87)$$

$$a = (c/H)\,\Omega^{-3/4}(\Omega+1)^{1/4}. \qquad (88)$$

Рассчитанные по формуле (88) значения масштабного фактора для разных значений средней плотности ($0{,}03<\Omega<0{,}4$) лежат в диапазоне от 40 до 400 млрд. св. лет, что существенно превышает порог видимости и согласуется с современными представлениями о практически плоском пространстве.

15. Динамика развития Вселенной в системе отсчета наблюдателя.

Рассмотрим динамику расширения Вселенной в системе отсчета неподвижного наблюдателя. Время t связано с временем t_{obs} в системе координат наблюдателя выражением (54). Подставив в выражение для dt (59), с учетом (57) получим выражение для $dt_{obs}(\alpha)$ в виде:

$$dt_{obs} = (2a_0/c)\, d\alpha \,/\, [\alpha\,(1-\alpha^2)^{1/2}]; \qquad (89)$$

Интегрируя (59) и (89), получим аналитические выражения для $t(\alpha)$ и $t_{obs}(\alpha)$, и обратные к ним $\alpha(t)$ и $\alpha(t_{obs})$, определяющие динамику расширения в системе отсчета центра гиперсферы и в системе отсчета наблюдателя:

$$\tau(\alpha) = \arcsin(\alpha) + C; \qquad (90)$$

$$\alpha(\tau) = \cos(\tau); \qquad (91)$$

$$\tau_{obs}(\alpha) = \ln(\alpha/(1+\sqrt{(1-\alpha^2)}))+C; \qquad (92)$$

$$\alpha(\tau_{obs}) = 1/\mathrm{ch}(\tau_{obs}); \qquad (93)$$

где

$$\tau_{obs} \equiv (c/2a_0)t_{obs} \qquad (94)$$

$$\tau \equiv (c/2a_0)t, \qquad (95)$$

Отсчет τ и τ_{obs} производится от момента максимального расширения ($\alpha=1$).

Зависимости $\alpha(\tau)$ и $\alpha(\tau_{obs})$ графически показаны на Рис.2. На кривой $\alpha(\tau_{obs})$ отмечены точки сегодняшнего состояния Вселенной для плотности, приблизительно равной плотности видимой материи ($\Omega=0{,}03$) – светлый кружок, и для максимального значения плотности с учетом невидимой темной материи ($\Omega=0{,}4$) – темный кружок.

Расширение в системе отсчета наблюдателя происходит по закону гиперболического косеканса, время жизни Вселенной в этой системе отсчета оказывается бесконечным, а полученные из наблюдательных данных значения средней плотности материи соответствуют закрытой модели Вселенной на этапе ускоренного расширения (ниже точки перегиба, лежащей на этой кривой при $\alpha = 1/\sqrt{2}$).

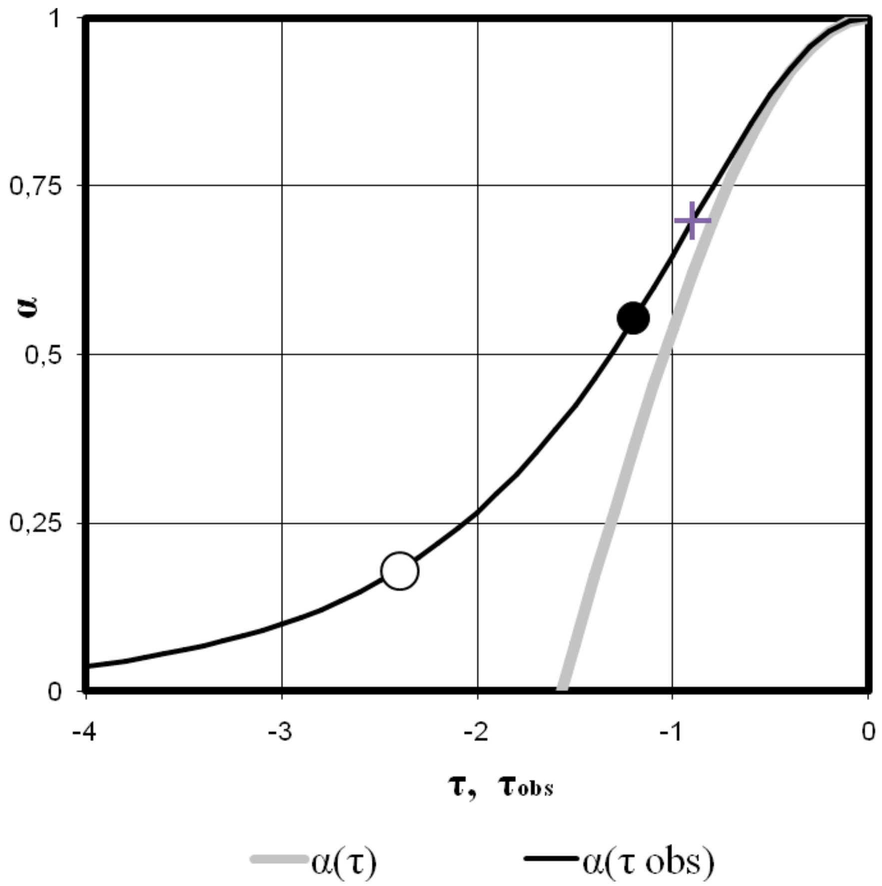

Рис. 2. Динамика расширения закрытой Вселенной с учетом зависимости масштабного фактора от времени ($g_{00}= \gamma^{-2}$) в разных системах отсчета. Время выражено в относительных единицах $\tau \equiv (c/2a_0)t$ и отсчитывается от момента максимального расширения (α =1). На кривой $\alpha(\tau_{obs})$ отмечены положения сегодняшнего состояния Вселенной при Ω=0,03 (светлый кружок) и при Ω=0,4 (темный кружок). Крестом отмечена точка перегиба.

16. Основные особенности модифицированной модели

Построение модели однородной изотропной расширяющейся Вселенной на основе метрики, учитывающей зависимость масштабного фактора от времени, привела к модифицированной космологической модели, соответствующей закону сохранения энергии и описывающей Вселенную, закрытую при любой плотности материи, не требующую при этом введения дополнительных ненаблюдаемых субстанций (космологической постоянной, темной энергии, энергии вакуума), бесконечную во времени, и на данном этапе развития расширяющуюся ускоренно, что соответствует наблюдательным данным об ускоренном расширении [5].

Расширение в системе отсчета наблюдателя, в отличие от стандартной модели, происходит медленно, что снимает проблемы, лежащие в основании сценария раздувающейся Вселенной [6]: «проблема горизонта», «проблема сингулярности», «проблема плоскостности» (формулируемая как вопрос о причинах точного соответствия плотности материи в ранней Вселенной критическому значению и являющаяся основанием «антропного принципа» - в модифицированной модели исчезает, т.к. при $\alpha \to 0 \quad \Omega \approx \alpha^2$, «проблема крупномасштабной однородности и изотропии» - связана с «проблемой горизонта», «проблема реликтовый монополей» и «проблема реликтовых гравитино» - также определяются динамикой развития, «проблема энергии вакуума» - решается в модифицированной модели без введения гипотетических субстанций, и т.д.

Недавно обнаруженная симметрия неоднородностей реликтового излучения интерпретируется в стандартной модели как возможное свидетельство нарушения основополагающего требования изотропии пространства («Ось Зла») [7], однако в модифицированной модели она интерпретируется как естественное явление, вытекающее из более медленной динамики развития и не связанное с нарушением принципов теории относительности. Время, прошедшее с момента излучения сигнала удаленным источником, например неоднородностью плотности материи в период рекомбинации водорода, оказывается достаточным для того, чтобы излучение источника, распространяющееся во всех направлениях, достигло наблюдателя не только по малой, но и по большой дуге большого круга закрытой Вселенной, то есть с противоположной стороны, что воспринимается наблюдателем как явление центральной симметрии [8] - возможность наблюдения одного и того же источника в двух противолежащих (центрально-симметричных) точках небесной сферы.

Явление центральной симметрии подтверждается как центральной симметрией и антисимметрией реликтового микроволнового фона [8], так и существованием центрально-симметричных пар квазаров с идентичными профилями магнитуд светимости в диапазонах (**u,g,r,i,z)** [9], которые также могут интерпретироваться как пары противолежащих изображений одного и того же удаленного объекта.

Помимо особенностей, связанных с интерпретацией наблюдательных данных, уравнения (91),(93), описывающие динамику развития Вселенной в системах координат наблюдателя и центра гиперсферы, позволяют выдвинуть предположение о возможном варианте ее предыстории, принципиально отличающееся от вариантов, основанных на стандартной модели. Согласно (91), в системе отсчета центра масс масштабный фактор изменяется по закону $\cos(t)$, то есть Вселенная в целом ведет себя как классический гармонический вибратор. При этом из закона сохранения механической энергии (17) видим, что в ней, так же как в любом другом гармоническом вибраторе, происходит непрерывное превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно. Такой характер изменений можно рассматривать как естественную форму проявления философского тезиса о невозможности существования материи без движения.

При наличии определенного количества материи (энергии) и отсутствии внешних воздействий этот вибратор, так же, как и классический гармонический вибратор без потерь, может колебаться вечно. На каждом полупериоде колебаний он порождает новое 3-мерное пространство - гиперсферу, развивающуюся в своей системе отсчета в течение бесконечного времени. Получающийся при этом «гармонический генератор вечностей» графически показан на Рис. 3. Каждой точке бесконечной временной оси в системе центра масс соответствует бесконечное количество вечных пространств, рожденных на разных полупериодах колебаний вибратора, однако все они, кроме одного, относятся к начальным или к конечным этапам эволюции пространства.

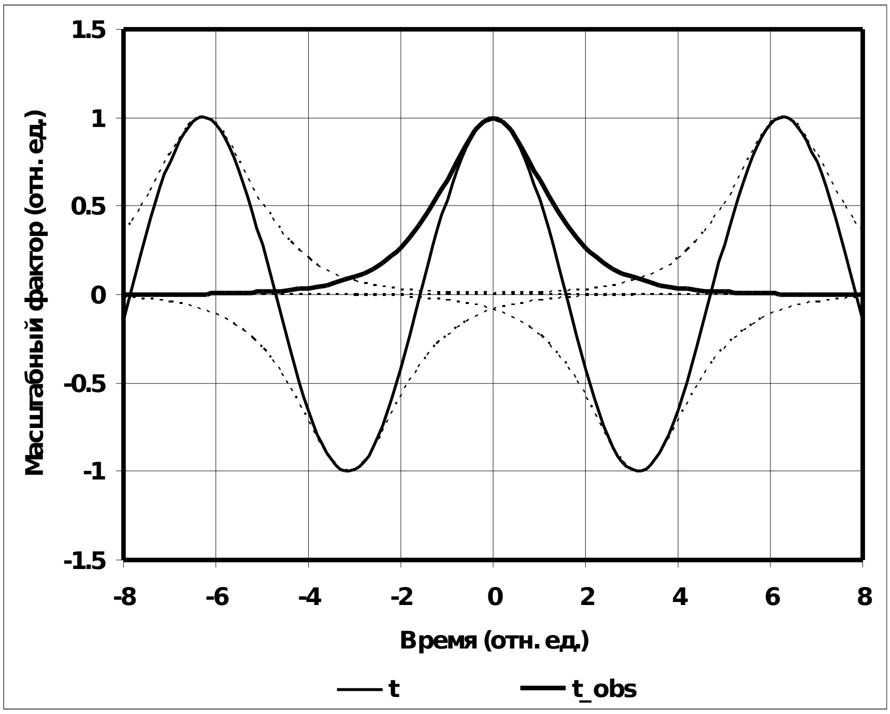

Рис. 3. Динамика развития модифицированной модели Вселенной на временных шкалах центра гиперсферы (t) и наблюдателя в 3-мерном мире (t_{obs}). Гармонические колебания в системе центра масс, порождающие вечные Вселенные на каждом полупериоде колебаний.

17. Заключение

Общая теория относительности (ОТО) - одно из самых совершенных творений современной физики. Ее справедливость подтверждается множеством экспериментальных и наблюдательных данных, но предельная сложность теории требует особенно внимательного отношения к используемым в ней понятиям и физическим величинам и увеличивает опасность неточной интерпретации. С этим связана известная противоречивость [4] основанной на ОТО стандартной космологической модели Фридмана.

В настоящей работе показано, что метрика, лежащая в основе стандартной космологической модели, соответствует отсутствию обмена энергией между материей и гравитационным полем, определенного законом сохранения энергии общей теории относительности, что эквивалентно невозможности развития Вселенной во времени. Таким образом, в основу стандартной космологической модели, описывающей развивающуюся Вселенную, заложено глубокое внутреннее противоречие.

Противоречие снимается при использовании метрики, учитывающей зависимость масштабного фактора от времени, то есть ненулевую величину его дифференциала, играющего существенную роль при выводе выражения для временной компоненты метрического тензора. В этом случае закон сохранения энергии-импульса общей теории относительности выполняется и скорость энергообмена в законе сохранения энергии общей теории относительности оказывается равной скорости энергообмена, вытекающей из анализа компонент метрического тензора.

Построение на основе этой метрики модели однородной изотропной Вселенной приводит к модифицированной космологической модели, соответствующей закону сохранения энергии и описывающей Вселенную, закрытую при любой плотности материи, не требующую введения дополнительных ненаблюдаемых субстанций (космологической постоянной или темной энергии), бесконечную во времени и на данном этапе развития расширяющуюся ускоренно. Более медленная динамика расширения снимает целый ряд проблем стандартной модели: «проблема сингулярности», «проблема горизонта», «проблема плоскостности» и др., а также позволяет интерпретировать недавно обнаруженную симметрию реликтового излучения как явление, вытекающее из более медленной динамики расширения и не связанное с нарушением основополагающих принципов теории относительности.

27.03.2011

Литература

1. А Эйнштейн. Основы общей теории относительности *(Die Grunlage der allgemeinen Relativitatstheorie, Ann. d. Phys., 49, 769 (1916)).* В кн. «Альберт Эйнштейн и теория гравитации. Сборник статей». - М.: «Мир», 1979., с. 146-189.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 10 т. Т. II. Теория поля. - 8-е изд., стереот. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 536 с. *(Landau L.D., Lifshitz E.M. Course of Theoretical Physics: The Classical Theory of Fields. Vol.2.)*

3. А Эйнштейн. Вопросы космологии и общая теория относительности *(Kosmologishe Betrachungen zur allgemeinen Relativitatstheorie. Sutzungsher preuss. Akad. Wiss., 1917, 1, 142-152)*. В кн. А Эйнштейн, собрание научных трудов, т.1, "Наука", М., 1965, С. 601-612.

4. С. Вейнберг. Гравитация и космология: принципы и приложения общей теории относительности. - М.: "Мир", 1975. с 507-511. (Weinberg S., Gravitation and Cosmology: Principles and applications of the General Theory of Relativity, John Wiley and Sons, Inc., 1972).

5. Riess A G et al. Astron. J 116 1009 (1998); Perlmutter S et al. Astrophys. J 517 565 (1999).

6. А.Д. Линде. Раздувающаяся Вселенная, УФН, т. 144, № 2, октябрь 1984 г., с.177-214.

7. K. Land, J. Magueijo. Examination of Evidence for a Preferred Axis in the Cosmic Radiation Anisotropy. Phys. Rev. Lett. 95, 071301 (2005).

8. Iurii Kudriavtcev, Dmitry A. Semenov. Central symmetry and antisymmetry of the microwave background inhomogeneities on Wilkinson Microwave Anisotropy Probe maps. arXiv:astro-ph/1008.4085.

9. Iurii Kudriavtcev. Manifestation of central symmetry of the celestial sphere in the mutual disposition and luminosity of the Quasars. arXiv:astro-ph/1009.4424.