

**Теория категорий как архетип динамического видения Мира, как инструмент для
экспликации общенаучных понятий и как генератор компонент динамических
теорий¹**

Существует слабо отрефлексированное наукой несоответствие между динамическим статусом реальных систем и статическим языком их описания в теоретико-множественной математике.

Реальность – это мир процессов, а не мир «застывших» состояний. Все реальные системы – это изменяющиеся системы. Описание реальных систем совершенно обязательно должно содержать феномен течения времени.

Наиболее общие рамки моделирования систем – это рамки теории множеств. Любой объект исследования описывают множеством со структурой – отношением порядка, операцией над элементами, топологией. При этом и носитель структуры, и её аксиоматика постоянны. Другими словами, в основаниях математики нет времени.

Указанное несоответствие неизбежно, поскольку "Границы моего языка означают границы моего мира" [1]. Для формального описания реальности нужны абстрактные исходные объекты, которые можно было бы назвать изменяющимися, непостоянными или «динамическими» множествами. Примерами динамических множеств могут служить популяции организмов, словари языков, мыслеобразы в человеческом сознании...

В основаниях математики существует подход, способный преодолеть "статичность" теории множеств. Это – теория категорий и функторов. Две особенности теоретико-категорного описания систем позволяют думать, что язык теории категорий более адекватен реальности, нежели язык теории множеств. Первая особенность – возможность оперировать сразу всей совокупностью одинаково структурированных множеств (объектов категории), что позволяет отождествить эту совокупность с пространством всех возможных состояний системы. Вторая особенность – та, что в категорию наряду со структурированными объектами равноправно и обязательно входят все допустимые их структурой способы изменения объектов (морфизмы категории), т.е. преобразования состояний системы. Это позволяет заменить теоретико-множественное идеализированное представление мира в виде "застывших" объектов на адекватное миру представление его процессами.

¹ Работа поддержана грантами РФФИ (№08-06-00073а) и РГНФ (№09-03-00390а).

Теоретико-категорный язык богаче языка теории множеств. Для одного и того же набора объектов категории может существовать много различающихся наборов морфизмов. Но категории с одинаковыми объектами, но различающимися морфизмами – это различные категории: неразличимые как множества объекты становятся различными по возможностям их преобразований.

"Динамическое" множество на языке теории категорий есть целый класс множеств, а именно, класс объектов категории или – всех реализаций некоторой математической структуры, моделирующей изучаемую систему [2]. Наверняка существуют и другие способы формального описания динамических множеств, и я буду благодарен коллегам за ссылки на них.

"Статичность" теории множеств проявляется как в неизменности самих множеств – носителей структур, так и в постоянстве аксиоматики, задающей структуру моделируемой системы. Множества с переменными структурами описывают особые категории – топосы: «...теоретико-топосная точка зрения... состоит в отбрасывании идеи о существовании фиксированного универсума "постоянных" множеств, среди которых может и должна развиваться математика, и в признании того, что работать с переменными величинами в универсуме непрерывно меняющихся множеств удобнее, чем в рамках... абстрактной теории множеств... когда отдельно рассматривается носитель и последовательность постоянных структур, привязанных к точкам этого носителя. Именно переход от постоянных множеств к переменным множествам является душой теории топосов!» [3].

В попытках формального теоретико-множественного описания времени не хватает также средств для конструирования различных модусов существования: «временное» и «вневременное» бытие, «бренность» и «вечность» и т.п. В языке теории категорий эти средства существуют. Пространство состояний системы – класс объектов описывающей систему категории – содержит все потенциально возможные состояния системы. В реальности состояния системы альтернативны: истинность одного из них исключает "одновременную" истинность других. В этом смысле пространство состояний обладает "вневременными" свойствами: все состояния сосуществуют в нем (независимо от момента времени, в который они реализуются), а не альтернативны. Отмеченные "вневременные" свойства роднят его с понятием вечности, которая содержит в себе все возможные события "изменчивого" Мира.

Теория категорий и функторов позволяет очень естественным образом строго эксплицировать понятия, находящие применение в самом широком круге научных дисциплин:

- представления о количественной мере структурированных множеств, обобщающее понятие «количество элементов в множествах без структуры» [4];
- правила расчета бальцмановской энтропии для систем, моделируемых структурированными множествами, причем эти правила не требуют никаких статистических или вероятностных предпосылок при моделировании [5];
- определение структурной информации для структурированных множеств и моделируемых ими систем [6].

Теория категорий порождает все необходимые компоненты динамических теорий [7,8]: элементарные объекты и пространство их состояний, элементарную изменчивость и ее измерение, закон изменчивости в виде экстремального принципа максимальной структуры, что позволяет не угадывать, а выводить «уравнения движения» для моделируемых систем [9].

Литература

- ¹Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. 1921.
- ²Левич А.П. Моделирование природных референтов времени: метаболическое время и пространство // На пути к пониманию феномена времени: конструкции времени в естествознании. Часть 3. Методология. Физика. Биология. Математика. Теория систем. М.: Прогресс-Традиция, 2009. С. 259-337.
- ³Джонстон П. Теория топосов. М.: Наука, 1968. С. 15-16.
- ⁴Левич А.П. Энтропия как обобщение понятия количества элементов для конечных множеств // Философские исследования. 2001. №1. С. 59-72.
- ⁵Левич А.П. Энтропия как мера структурированности сложных систем // Труды семинара "Время, хаос и математические проблемы". М.: Институт математических исследований сложных систем МГУ им. М.В.Ломоносова. 2000. Вып.2. С.163-176.
- ⁶Левич А.П. Информация как структура систем // Семиотика и информатика. 1978. №10. С. 116-132.
- ⁷Акчурин И.А. Единство естественнонаучного знания. М.: Наука, 1974. 207с.
- ⁸Левич А.П. Время как изменчивость естественных систем: способы количественного описания изменений и порождение изменений субстанциональными потоками // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени.

Часть 1. Междисциплинарное исследование. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1996. С. 149–192.

⁹Левич А.П. Поиск законов изменчивости как задача темпорологии // На пути к пониманию феномена времени: конструкции времени в естествознании. Часть 3. Методология. Физика. Биология. Математика. Теория систем. М.: Прогресс-Традиция, 2009. С. 397-425.