

# Реляционное статистическое пространство-время, связь с квантовой механикой и перспективы развития модели

*В. В. Аристов*

В работе обсуждаются проблемы реляционного пространства-времени (см. [1-6]). В этой концепции на основе анализа фундаментальных физических приборов – часов и линеек развиваются статистические представления. Временная переменная выражается через осредненные пространственные переменные для элементов (частиц) рассматриваемой системы. В свою очередь, пространственные величины описываются статистическим образом через конфигурацию масс элементов системы. В настоящей работе основное внимание сосредоточено на установлении соответствия уравнений реляционной модели и соотношений квантовой механики. Причем, так как основное реляционное уравнение связывает непосредственно малые (или инфинитезимальные) величины, удастся получить ограничения на приращения измеряемых пространственно-временных величин и вывести аналоги соотношений принципа неопределенности. Предлагаемая дискретная неевклидова геометрия (неединственность прямой, проходящей через две точки) подтверждает индетерминизм движения на малых масштабах. Невозможность ввести точную производную в традиционном смысле, поскольку есть ограничения снизу на пространственно-временные величины, приводит к некоторому вероятностному процессу движения, сходному с броуновским случайным процессом. При использовании формализма Нельсона выводится уравнение Шредингера. В заключении обсуждаются результаты работы и определяются перспективы развития реляционно-статистической концепции.

## 1. Введение

Реляционный подход трактует время и пространство как важнейшие для физической реальности сущности, однако требующие описания на более глубоком уровне. Данный подход, безусловно, опирается на древнюю и достаточно авторитетную традицию (Платон, Аристотель, стоики, отчасти Плотин и Августин, Лейбниц, Беркли, Мах, Эйнштейн, Пуанкаре и др.). Можно отметить также высказывавшиеся различными авторами (Циммерман, Чу и др.) идеи о макроскопичности пространства-времени. Но математический формализм, который подтверждал бы такие воззрения, не был предложен. В работах Ю.С.Владимирова (см., например, [7-9]) и его учеников развивается реляционный подход к построению теории пространства-времени и физических взаимодействий. Этот сходный «по

идеологии» подход, отличается по способам пути построения теории от предлагаемой реляционно-статистической модели (важно было бы, конечно, сопоставить различные реляционные концепции).

Отметим, что в наших терминах слова «концепция» (более «философское») и «модель» (более «практическое») являются во многих смыслах синонимами. Для пояснения понимания этого полезно привести высказывание Л.Больцмана из [10] (где, кстати, обсуждаются варианты введения бессилового описания Кирхгофом и Герцем, что является программой и реляционного подхода): «Герц стремится внедрить в сознание физиков то, что давно уже высказывалось философами, а именно, что никакая теория не представляет собой чего-то объективного, полностью совпадающего с природой, но, что, скорее, каждую из них следует рассматривать как мысленную модель явлений, относящуюся к последним, как знак относится к обозначаемому». Безусловно, физический смысл моделей играет главную роль в построениях.

Некоторые новые проблемы, возникающие в реляционном подходе, получили, на наш взгляд, разрешение, другие требуют внимательного изучения или нуждаются еще в постановке. Существенно, что удастся воспроизвести важнейшие фрагменты существующей физической теории согласно принципу соответствия, что дает уверенность в правильности модели, построенной на новых основаниях. При этом удастся принципиально связать отдельные части существующей теории, например, в рамках данной статистической модели могут быть объяснены связи между некоторыми мировыми константами (космологические совпадения). Определяются также отличия от традиционной теории, связанные со статистичностью реляционной модели эти отличия (весьма малы и находятся пока далеко за пределами современных экспериментальных возможностей).

Важно прояснить отношение к квантовой теории. Данная реляционная статистическая теория исходит из гипотезы, что равномерность времени, измеряемого по часам, и равномерность распределения масс в веществе измерительных линеек объясняется определенным осреднением по множеству элементов в системе. Тем самым реализуется представление о макроскопичности пространства-времени. При небольшом числе элементов, в частности, для небольших расстояний и масс будут заметны отклонения от классических измерений пространства и времени. С этим и связываются проявления квантовых закономерностей. На малых масштабах проявляется неевклидовость дискретной геометрии, на больших масштабах она должна переходить в традиционную евклидову геометрию. Строятся аналоги дифференциальных уравнений для дискретного пространства-времени. Определяются отличия от традиционного математического анализа: производная не может быть получена здесь обычным образом, поскольку возникают ограничения снизу и на величину расстояния, и на

временной интервал. Все это согласованно подводит к необходимости пересмотра классического описания движения на микроскопических масштабах. Схема число-частица-пространство-время (см. [3, 5-6]), определяемая на пути построения настоящей концепции, проявляется здесь во всех своих звеньях. В отличие от постулативного характера представленной квантовой механики в настоящей работе предпринята попытка получить квантовую теорию конструктивно.

## 2. Основные положения реляционно-статистической модели

Приведем основное уравнение связи интервалов времени и пространства (временной интервал определяется как среднее от пространственных интервалов при перемещении всех частиц в системе), причем вначале рассмотрим малые, но конечные приращения:

$$\Delta\tau^2 = \frac{a^2}{N} \sum_{i=1}^N \left( \Delta r_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta r_j \right)^2 \quad (1)$$

Здесь, как показано в [1,2],  $a$  – постоянная, обратно пропорциональная скорости света в вакууме,  $N$  – число частиц в рассматриваемой системе (в дальнейшем подразумевается, что рассматривается «мировое время», задаваемое средним движением всех атомов в Метагалактике). В правой части (1) фигурируют интервалы пространственных перемещений частиц системы. Исходя из (1), можно определять скорости частиц. Причем это «видимые скорости», поскольку сведения о координатах частиц получаются с помощью «идеального фотоаппарата», и перемещения всех частиц определяются по изменениям положений частиц на различных «фотографиях». Среди «видимых скоростей» могут быть и скорости, большие скорости света (известно, что в экспериментах наблюдаются такие скорости звезд), что не противоречит определению в СТО скорости света как предельной и согласуется с определением одновременности пространственно-разделенных событий по Эйнштейну (обсуждение этого см. в [1,2]). Таким образом,  $c = 1/a$  есть среднеквадратичная скорость всех частиц, что следует из уравнения (1) и релятивистского обобщения в [1,2].

Уравнение (1), которое связывает между собой величины малых интервалов времени и пространства, является основой для получения ограничений на точность измерений (можно получить ограничения на временные интервалы, если пространственные интервалы имеют ограниченную физическую точность) и получения аналога соотношений принципа неопределенности. Подчеркнем, что уравнения обычной механики не могут быть источником подобных связей, поскольку традиционные

быть источником подобных связей, поскольку традиционные уравнения записываются для производных, т.е. для величин в общем случае порядка единицы. Поэтому извлечь отсюда информацию о значениях «дифференциалов», приращений величин невозможно. В этом проявляется большая общность описания через малые величины типа уравнения (1). Если записать (1) для бесконечно малых (инфинитезимальных) величин, то получим

$$d\tau^2 = \frac{a^2}{N} \sum_{i=1}^N (dr_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N dr_j)^2 \quad (1')$$

Уравнение (1') служит основой для получения обычных физических уравнений, записанных через производные (см. [1, 2, 6]).

Реляционная модель физического пространства устанавливает связь между расстоянием и конфигурацией частиц, репрезентируемой линейкой (см. [3, 5, 6]). Метрические свойства пространства определяются измерительным прибором – масштабной линейкой, состоящей из атомов. Но аналогично случаю с часами, не любая конфигурация атомов пригодна для того, чтобы стать средой для "изготовления" линейки, а лишь удовлетворяющая симметричному взаимному расположению. Фактически в этом неявно проявляется осреднение при получении однородной среды из частиц. Схематизация дает геометрию, отличающуюся от традиционной: через две точки (ассоциируемые с частицами) можно провести неединственную прямую. Данное положение легко поясняется формализацией с помощью графов, для которых расстояние между вершинами определяется как минимальное число промежуточных вершин для всех возможных маршрутов между указанными вершинами. Тем самым отрезок прямой трактуется как отрезок линии минимальной длины, где расстояние определяется подсчетом частиц, через которую проходит линия: так вводится (локально) геодезическая. Формализм статистической неевклидовой геометрии со множеством прямых, проходящих через две точки, дает евклидову геометрию на больших расстояниях, где в определенном смысле прямая становится единственной: отношение "толщины" пучка прямых к расстоянию стремится к нулю при стремлении этого расстояния к бесконечности. Так что на больших расстояниях в определенном смысле происходит стремление к единственной прямой, проходящей между двумя точками. В [5, 6] предложены варианты простых дискретных моделей, в которых комбинаторным путем устанавливается указанный формализм. Так осуществляется предельный переход к евклидовой геометрии классической физики.

### 3. Дискретность пространства-времени и переход на микроуровень

Реляционная дискретная геометрическая схема устанавливает соответствие между расстоянием и массой, причем важное свойство заключается в том, что существует минимальное расстояние, связанное с минимальной массой системы, а именно массой одной частицы. Данное соотношение выглядит так

$$\Delta x \geq r_e = b m_e \quad (2)$$

где  $m_e$  – масса частицы,  $r_e$  – минимальное расстояние, которое можно определить в этой модели (поскольку нельзя измерить расстояние меньшее, «чем одна частица»),  $b$  – множитель, имеющий размерность длины, деленной на массу, и который выражается через фундаментальные константы. С учетом (1) и (2) получаются ограничения снизу на интервал времени.

Рассмотрим вначале простую одномерную модель. Пусть приращения  $\Delta x_i$  испытывают случайные колебания около 0, причем эти приращения принимают только значения  $-r_e$  или  $r_e$ . Тогда принимая, что справедливы традиционные вероятностные оценки, имеем

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta x_j \right| \sim \frac{1}{\sqrt{N}} r_e.$$

Пренебрегая этой малой величиной в каждом члене среднеквадратичного выражения, можно оценить интервал по времени согласно (1):

$$\Delta \tau^2 = \frac{a^2}{N} \sum_{i=1}^N \left( \Delta x_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta x_j \right)^2 \sim \frac{a^2}{N} \sum_{i=1}^N \Delta x_i^2 = a^2 r_e^2.$$

Значит

$$\Delta \tau \geq \tau_e = a r_e = \frac{r_e}{c}.$$

В общем случае так как  $|\Delta r_i| \geq r_e$  ( $i=1, \dots, N$ ), то

$$\Delta \tau = a \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \Delta r_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta r_j \right)^2} \geq a d_r r_e$$

где  $d_\tau \sim 1$ . Этот множитель возникает при естественных предположениях о случайном распределении векторов  $\Delta r_i$  (например, для атомов в реальном мире), которые не равны средней величине приращения  $\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta r_j$ .

Важно отметить, что при стремлении всех  $|\Delta r_i|$  к предельному значению  $r_e$  интервал  $\Delta \tau$  не обращается в нуль из-за разнонаправленности векторов и стремится к величине порядка  $\tau_e$ . На малых расстояниях, где уже требуется знать не только результаты измерения по макроприбору (обычной линейке), прямая может быть неединственной, тем самым реляционная модель приводит к индетерминизму. Существенно то, что с указанными ограничениями на приращения координат и времени скорость определяется как предел, где пространственный и соответственно временной интервалы стремятся к некоторым малым, но конечным величинам. Это отличает данную величину от традиционной производной. То есть определение скорости отличается от обычного, и в уравнениях появятся дополнительные члены, поскольку, если заменить отношение малых, но конечных интервалов производной, то надо добавить некоторые величины, которые стремятся к нулю для бесконечно малых приращений. Тем самым изменения в математическом аппарате оказываются некоторым образом согласованными и в аналитическом, и в геометрическом описании. Скорость задается как предел, где и приращение по времени, и приращение по координате стремятся к минимально допустимым величинам:

$$u_x = \lim_{\Delta \tau \rightarrow \tau_e} \frac{\Delta x}{\Delta \tau} \quad . \quad (4)$$

Здесь подразумевается, что  $\Delta x \rightarrow r_e$ . Подчеркнем еще раз, что в данной реляционной модели время не является аргументом, а в соответствии с (1) выражается через изменения всех пространственных величин элементов (частиц) рассматриваемой системы. (Заметим, что согласно оценке (3) приращение шага по времени может даже не стремиться в точности к предельно возможно малому приращению по времени  $\tau_e$ , а лишь к некоторой величине  $\tau^*$ , которая того же порядка, но величина ее зависит от характера распределения приращений координат в системе). В любом случае, определение скорости отличается от традиционного, и в уравнениях появятся дополнительные члены.

Получим аналог соотношения неопределенности, основываясь на полученных ограничениях на пространственно-временные величины. Оценим произведение ошибок в нахождении координат и соответствующую



щих скоростей. Так как мы рассматривали предел при условии, что приращения всех координат стремятся к возможному минимальному значению, получаем, что модуль приращения каждой частицы  $|\Delta r_i|$  стремится к одной и той же величине  $r_e$ . Таким образом, приращение  $\Delta u_x$  оказывается порядка  $u_x$ , поскольку относительная ошибка отношения из (4)  $\frac{\Delta u_x}{u_x} \sim \frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x} + \frac{\Delta(\Delta \tau)}{\Delta \tau} \sim 1$ . Следовательно  $\Delta u_x \sim r_e / \tau_e \sim 1/a = c$  (напомним, что  $c$  есть среднеквадратичная скорость, что следует из уравнения (1) и релятивистского обобщения). Таким образом, скорость частицы стремится в этом случае к своему среднему (предельному в терминах СТО) значению – скорости света  $c$ . При этом приращение скорости оказывается такого же порядка.

Полученные ограничения соответствуют фактически релятивистскому принципу неопределенности с ограничениями на точность координат. В результате получим для свободной частицы ограничения в соответствующем произведении, а именно  $\Delta p_x \Delta x = m_e \Delta u_x \Delta x \sim m_e r_e / a = m_e r_e c$ . Если мы сопоставим эту величину с постоянной Планка, то получим  $m_e r_e c = \hbar$  или  $r_e = \hbar / (m_e c)$ . Последняя формула может быть соотнесена с комптоновской длиной волны и, если мы предположим, что  $m_e$  есть масса нуклона, тогда  $r_e$  (с точностью до нескольких порядков) равна величине диаметра нуклона. Отсюда находим выражение через фундаментальные константы коэффициента, который в формуле (2) связывает размерность длины и массы:  $b = \hbar / (m_e^2 c)$ .

## 4. Получение уравнения Шредингера в реляционной модели

Отличие от классического описания заложено в самой основе предлагаемой реляционной дискретной концепции. Уравнения динамики не будут в точности совпадать с ньютоновскими, поскольку принимаются соотношения (1), а уравнения динамики записываются с помощью производных, т.е. с помощью следствий из уравнений (1'). Отличия соотношений (1) и (1') сказываются, когда пространственные и временные интервалы малы, т.е. при переходе на микроуровень. Для правильного описания индетерминизма в динамических уравнениях следует получить аналог уравнения Шредингера.

Мы будем следовать методу работ Нельсона (см. [11, 12]), где выводится уравнение Шредингера с существенным физическим допущением ad hoc, что в пустом пространстве частица с массой  $m$  подвержена бро-

уновскому движению с коэффициентом диффузии  $\nu = \hbar/2m$ . Принципиальное отличие нашего подхода состоит в том, что "броуновские случайные блуждания" на фундаментальном уровне есть следствия теории, которая в принципе должна быть концепцией более общего уровня описания по сравнению с традиционной. В предлагаемом описании дополнительными членами связаны с ограничениями в измерениях на микроуровне. Статистичность проявляется в осреднении, связанным с макроприборами - часами и линейками, рассмотрение модели реляционных часов и линеек подводит к тому, что на микроуровне осредненные значения дают неполную информацию о движении частиц, неполнота этой информации проявляется в характере описания, присущем квантовой механике. Коэффициент диффузии, соответствующий работе Нельсона, в нашем случае равен  $\hbar/2m_e$ , где  $m_e$  – масса частицы, составляющей основу нашей "материальной измерительной среды" (в настоящей работе ограничимся изучением движения только одной частицы). Заметим, что проблема измерения с помощью макроприбора, существенная для квантовой механики, в реляционно-статистическом подходе разрешается, по-видимому, тем, что все измерения в физике восходят к фундаментальным измерениям с помощью часов и линеек. Именно эти объекты и моделирует данная реляционная концепция в своем статистическом принципе.

С использованием предположений из [11] вводится некоторая вероятностная схема, в которой нет понятия скорости как производной в данной пространственно-временной точке, что соотносится и с представлениями реляционной концепции. Можно, однако, определить скорости "вперед" и "назад". Затем вводятся две скорости:  $V$  - полусумма двух указанных скоростей ("текущая скорость"), и  $u$  - полуразность этих скоростей ("осмотическая скорость"). Можно получить два уравнения для описания изменения  $V$  и  $u$ , которые эквивалентны уравнению Шредингера. Эта пара векторных уравнений получается, если отделить действительную и мнимую части в уравнении Шредингера. Фактически такой формализм может быть извлечен из материала стандартных учебников [13-15], где эта процедура проводится в квазиклассическом приближении. Более подробное изложение приведено, например в [16], где в общем случае уравнение Шредингера преобразуется в систему уравнений гидродинамического типа. Причем в уравнении непрерывности и в аналоге уравнений Эйлера фигурирует плотность  $\rho = |\Psi|^2$  - квадрат модуля волновой функции. С учетом этого замечания, ищем (опуская некоторые подробности) согласно работе Нельсона [11] волновую функцию в виде

$$\Psi = e^{R+iS}.$$

Подставляя ее в уравнение Шредингера



$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2m_e} \Delta \Psi - \frac{i}{\hbar} U \Psi,$$

где  $U$  -- потенциал внешнего поля (сила  $F = -\nabla U$ ), имеем

$$\left(\frac{\partial R}{\partial t} + i\frac{\partial S}{\partial t}\right)\Psi = \frac{\hbar}{2m_e}(\Delta R + i\Delta S + (\text{grad}(R + iS))^2)\Psi - i\frac{1}{\hbar}U\Psi.$$

Вводя обозначения  $u = \hbar \text{grad} R / m_e$ ,  $V = \hbar \text{grad} S / m_e$ , получим систему уравнений для  $u$  и  $V$ . Для этого в последнем уравнении разделим обе части на  $\Psi$ , применим к обеим частям операцию градиента и отделим действительную и мнимую части:

$$\partial u / \partial t = -(h / 2m_e)\text{grad}(\text{div}V) - \text{grad}(Vu), \quad (5)$$

$$\partial V / \partial t = (1 / m_e)F - (V\nabla)V + (u\nabla)u + (h / 2m_e)\Delta u. \quad (6)$$

Согласно методу Нельсона из [11] движение частицы массы  $m_e$  описывается кинематически, как в теории Эйнштейна-Смолуховского, марковским процессом в координатном пространстве с коэффициентом диффузии  $\hbar / 2m_e$ . Динамика будет задаваться законом Ньютона, как в теории Орнштейна-Уленбека.

В реляционном подходе для частицы нельзя указать траекторию в классическом смысле. Сопоставим это с формализмом Нельсона, где также рассматриваются случайные процессы, которые недифференцируемы. Пусть  $x(t)$  - стохастический процесс ( $x$  - координата частицы в момент времени  $t$ ). Рассматривается винеровский процесс, использующийся в теории Эйнштейна броуновского движения. Может быть найдена средняя производная "вперед", определяемая при положительном приращении времени, и средняя производная "назад" (соответственно определяемая с отрицательным приращением времени). Эти скорости не совпадают. Случайный процесс задается так:

$$dx(t) = b(x(t), t) + dw(t), \quad (7)$$

где  $b$  - вектор-функция пространства-времени,  $w(t)$  - винеровский процесс,  $dw(t)$  - гауссиан с математическим ожиданием, равным 0, причем

$$Edw_i(t)dw_j = 2\nu\delta_{ij}dt. \quad (8)$$

Здесь  $E$  обозначает математическое ожидание,  $\nu$  - коэффициент диффузии,  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера. Такое описание используется в аппроксимационной теории броуновского движения Эйнштейна-Смолуховского, это предельный случай теории Орнштейна-Уленбека. Причем  $dw(t)$  не зависят от  $x(s)$  с  $s < t$ , так что  $b$  есть средняя скорость "вперед":

$$Dx(t) = b(x(t), t). \quad (9)$$

Аналогично определяется скорость "назад":

$$D_*x(t) = b_*(x(t), t).$$

В реляционной модели эффективный коэффициент диффузии возникает за счет указанного отклонения от точного описания из-за появления дополнительных членов в дискретном пространстве-времени. Производная (скорость) не может быть определена обычным образом, что следует из (4). Малое, но конечное приращение координаты можно записать через некоторую "среднюю скорость", умноженную на приращение времени, но с добавлением (в тейлоровском разложении) дополнительного члена, который можно полагать случайной величиной. По сути, может быть построен аналог формулы (7) для случайного процесса

$$\Delta x(\tau) = u_{mx}(\tau)\Delta\tau + \Delta w(\tau), \quad (10)$$

где в согласии с (1), (4) и с оценками порядка характерных величин, данными в 3., получим

$$\Delta w(\tau) = (1/2)u'_{mx}(\Delta\tau)^2 \sim (1/2)r_e \sim \hbar/(2m_e c), \quad (11)$$

где  $u'_{mx}$  трактуется как некоторая средняя производная от  $u_{mx}$ . Видно, что в реляционной модели эффективный коэффициент диффузии (для одной частицы  $\nu \sim \hbar/2m_e$ ). Это соответствует подходу Нельсона, где вводится такой коэффициент диффузии, но в виде допущения, а не как следствие общей модели.

Отметим кратко основные пункты в формализме Нельсона получения уравнений (5) и (6), эквивалентных уравнению Шредингера. В применяемой в [11] теории Орнштейна-Уленбека средняя производная случайного процесса определяется следующим образом

$$a(t) = 1/2(D_*Dx(t) + D_*Dx(t)). \quad (12)$$

Эта величина полагается равной силе, деленной на массу частицы, как в теории Ньютона, т.е.  $a = F/m_e = -(1/m_e)\nabla U$ .

Рассмотрим движение одной частицы. Пусть  $\rho$  – плотность вероятности  $x(t)$ . Тогда  $\rho$  удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка "вперед"

$$\partial\rho/\partial t = -\text{div}(b\rho) + \nu\Delta\rho, \quad (13)$$

и уравнению Фоккера-Планка "назад"

$$\partial\rho/\partial t = -\text{div}(b_*\rho) - \nu\Delta\rho. \quad (14)$$

При осреднении этих уравнений получаем уравнение непрерывности

$$\partial\rho/\partial t = -\text{div}(V\rho), \quad (15)$$

где текущая скорость  $V$  определяется так:

$$V = 1/2(b + b_*). \quad (16)$$

Вычитая (13) из (14), получим

$$\text{div}(u\rho) - \nu\Delta\rho = \text{div}(u\rho - \nu\text{grad}\rho) = 0, \quad (17)$$

где "осмотическая скорость"  $u$  определяется как

$$u = 1/2(b - b_*). \quad (18)$$

Легко видеть, что следующее уравнение

$$u = \nu(\text{grad}\rho/\rho), \quad (19)$$

удовлетворяет (17). Что именно уравнение (19) описывает изменение  $u$ , показывается в [11]. Согласно эйнштейновской теории броуновского движения "осмотическая скорость"  $u$ , определяемая по формуле (18), есть скорость, с которой движется броуновская частица в равновесии, когда существует баланс внешней и осмотической силы. По этой причине скорости  $u$  в [11] дано такое название. С использованием уравнения непрерывности из (19) получаем

$$\partial u/\partial t = -\nu\text{grad}(\text{div}V) - \text{grad}(Vu). \quad (20)$$

После подстановки в (20) указанного выше коэффициента диффузии приходим к уравнению (5).

Опишем кратко, как выводится уравнение для скорости  $V$ . Записывается дифференциал для  $b$  вплоть до членов второго порядка,  $dx_i(t)$  заменяется на  $dw_i(t)$  в этих членах с использованием (7). После осреднения учитывается, что  $dw(t)$  не зависит от  $x(t)$  и среднее равно нулю. Тогда, используя (8), получаем выражение для средней скорости "вперед" от  $b$ . Так же можно получить среднюю скорость "назад" от  $b_*$ . После применения определения для ускорения (12) находим

$$a = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (b + b_*) + \frac{1}{2} (b \cdot \nabla) b_* + \frac{1}{2} (b_* \cdot \nabla) b - \frac{1}{2} v \Delta (b - b_*). \quad (21)$$

С учетом определения "текущей" и "осмотической" скоростей можно записать

$$b = V + u, \quad b_* = V - u.$$

Так что (21) оказывается эквивалентным следующему уравнению

$$\frac{\partial V}{\partial t} = a - (V \cdot \nabla) V + (u \cdot \nabla) u + v \Delta u. \quad (22)$$

После использования в (22) ньютоновской связи  $a = F/m_e$  приходим к уравнению (6).

## 5. Выводы и перспективы

В данной работе показано, как исходя из положений реляционной теории пространства-времени могут быть получены основные составные элементы аппарата квантовой механики. Причем выведенные соотношения неопределенности в силу ограничений на измерение времени и расстояния соответствуют соотношениям неопределенности для релятивистского случая (т.е. по сравнению с традиционным нерелятивистским случаем здесь не может быть "сколь угодно высокой точности" по  $x$ ).

Дальнейшее обобщение модели предполагает несколько направлений. Необходимо последовательное обобщение на релятивистский случай с получением уравнений Дирака, это можно сделать, например, на основе формализма, предложенного Ордом в [16,17]. В принципе, традиционная

связь спина и статистики намекает на возможную продуктивность использования статистических подходов к описанию пространства-времени.

Для более глубокого обобщения потребуются, по-видимому, учесть в физическом и математическом аппарате реляционной модели возможность несохранения числа частиц, образование пар. Соответственно будет усложняться и дискретная реляционная геометрия, для которой фоновая среда из одинаковых элементов должна быть обобщена. Для расстояний, меньших, чем "размер атома", можно попытаться использовать методы работы [18].

Другое направление обобщения связано с получением римановой метрики в модели реляционного пространства, что должно привести к установлению соответствия с эффектами ОТО. В работе [6] намечен путь такого обобщения, поскольку показывается, что расстояние, которое фигурирует в выражении для интервала, представляет некоторую сумму по всем частицам рассматриваемой системы. Причем распределение частиц на фоне однородного распределения дискретной среды масштабных линеек может быть различным. Так как измерение "по линейке" соотносится именно с однородным распределением, то отличия в данной сумме, связанные с присутствием массивных тел как проявление неоднородности, и может объяснить отличия от СТО (с метрикой Минковского), которую в реляционной концепции можно соотносить с предельно однородным распределением масс.

Подчеркнем, что путем редукции процессов измерения времени и пространства к более простым процедурам (соответственно к пространственным перемещениям и распределениям масс) появляется возможность описания в безразмерной по сути схеме время-пространство-частицы-числа. Размерные уравнения должны получаться при использовании фундаментальных физических констант. Так намечается связь между постулатами физики и аксиомами математики. Встает вопрос о возможности "аналитической физики" (по аналогии с известной декартовской программой связи геометрии и алгебры в аналитической геометрии). Из множества допустимых уравнений и соотношений, обеспечиваемых аксиоматикой алгебры (или арифметики) физика выбирает только некоторые уравнения и соотношения, которые определяются характером построенных исторически в процессе развития многих техник и наук фундаментальных приборов – часов и линеек. Во всяком случае, классическая физика вплоть до квантовой теории, может быть, по-видимому, охвачена таким подходом, который задан в реляционно-статистическом пространстве и времени. С другой стороны, здесь возникает принципиально новый взгляд на характер физических законов: можно новые закономерности не только обнаруживать, открывать, но и "строить", поскольку любое "обнаружение" происходит на основе определенного языка, в случае физической реальности

- "в терминах" фундаментального описания с помощью пространства и времени.

Возможно, хотя бы в принципе, конструирование иных часов и линейек, со свойствами и уравнениями, отличными от известных. Именно в этом смысле можно будет говорить о "конструировании законов": новые связи определяют новые уравнения, что позволит более подробно описывать реальность. Новая гипотетическая дисциплина "физическая математика" (по аналогии и в противоположность математической физике) должна поставить себе целью выработку новых математических закономерностей с определением возможности конкретного физического воплощения, чтобы строить новые фундаментальные приборы - часы и линейки.

После написания новых уравнений и создания новых приборов можно будет говорить о возможности введения "открытых параметров" в описание микромира ("скрытые параметры" невозможны в существующей квантовой механике), именно в этом смысле можно будет говорить о более полном описании.

## Литература

1. Аристов В.В. Статистическая модель часов в физической теории // Доклады РАН. 1994. Т.334. С. 161-164.
2. Аристов В.В. Реляционная статистическая модель часов и физические свойства времени // Конструкции времени в естествознании. Ч.1. А.П.Левич ред. М.: Изд-во МГУ, 1996. С. 48-81.
3. Аристов В.В. Статистическая механика и модель для описания пространства-времени // Сообщения по прикладной математике. М.: Вычислительный центр РАН. 1999. 22 с.
4. Aristov V.V. Relative statistical model of clocks and physical properties of time // A.P.Levich (ed.). On the way to understanding the time phenomenon: the constructions of time in nature science. Singapore: World Scientific. 1995. P. 26-45.
5. Aristov V.V. On the relational statistical space-time concept // The Nature of Time: Geometry, Physics and Perception. R. Bucchery et al. eds. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 2003. P. 221-229.
6. Аристов В.В. Реляционная статистическая модель пространства-времени и физические взаимодействия // Конструкции времени в естествознании. Ч.3. А.П.Левич ред. М.: Прогресс-Традиция, 2008 (в печати).
7. Владимиров Ю.С. Реляционная теория пространства-времени. М.: Изд-во МГУ. Ч.1. Теория систем отношений. 1996. Ч.2. Теория физических взаимодействий. 1998.



8. Владимиров Ю.С. Метафизика. М.: Изд-во "Лаборатория базовых знаний". 2002.
9. Владимиров Ю.С. Физические основания геометрии // "Академия Тринитаризма". М. Эл. №77-6567, публ. 11598, 26.10.2004.
10. Больцман Л. О развитии методов теоретической физики в новейшее время // Больцман Л. Избранные труды. М.: Наука. 1984. с. 363.
11. Nelson E. Derivation of the Schrodinger equation from Newtonian mechanics // Phys. Review. 1966. V. 150. P. 1079-1085.
12. Nelson E. Quantum Fluctuations. Princeton. NJ: Princeton University Press. 1995. 264 p.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1974.
14. Блохинцев Д.И. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
15. Давыдов А.С. Квантовая механика. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит. Наука, 1963.
16. Алексеев Б.В. Математическая кинетика реагирующих газов. М.: Наука, 1982.
17. Ord G.N. Fractal spacetime and the statistical mechanics of random walks // Chaos, Solitons and Fractals. 1996. V. 7. p. 821-843.
18. Ord G.N. Entwined paths, difference equations, and the Dirac equation // Phys. Review A. 2003. V. 67. 022105.
19. El Naschie M.S. A review of E infinity theory and the mass spectrum of high energy particle physics // Chaos, Solitons and Fractals. 2004. V.19. p. 209-236.