

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ ИЗУЧЕНИЯ КАТЕГОРИИ ВРЕМЕНИ *

Александр В.Коганов

*Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук;
кафедра темпоральной топологии Web-Института исследований природы времени
<http://www.chronos.msu.ru>; koganow@niisi.msk.ru*

Данная статья является попыткой понять роль математического языка в изучении Времени как явления наблюдаемого Мира. Автор умышленно избегал использования математического аппарата, стремясь к содержательному толкованию формальных теорий. Это ни в коем случае не обзор теоретических работ на указанную тему, а только поиск общих принципов, на которых основаны математические модели.

Ключевые слова: *время, математика, модель, верификация, инвариантность, непротиворечивость, относительность, наблюдатель, существование.*

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПРИРОДА НАУЧНОГО ПОНЯТИЯ ВРЕМЕНИ

Одной из особенностей времени как объекта естественных наук является принципиальная невозможность повторного предъявления одного момента времени для проведения проверочных измерений и наблюдений. Это делает представление о времени принципиально субъективным, зависящим от тех сведений о ранее происшедших событиях, которыми располагает исследователь. Фактически, эти сведения уже нельзя достоверно пополнить или уточнить. В этом смысле, время не может рассматриваться как объект экспериментально-логической науки. Поэтому, в естественных науках и в физике под изучением времени понимается изучение только тех его свойств, которые можно проверить при многократном воспроизведении каких-то ситуаций. Такие свойства применительно к физическим процессам называются стационарными, но при этом подразумевается их неизменность по ходу времени. Применительно к самому времени такой термин представляется логически рискованным, порождающим порочные круги. Лучше использовать более общий термин – верифицируемые свойства времени.

В силу невозможности каждого момента времени совокупность верифицируемых свойств не дает полного представления о времени как о явлении природы.

* При поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 07-01-00101а).

Именно с этим связаны разночтения в трактовке исторических событий, в том числе и научных экспериментов, результаты которых не удалось повторить. По той же причине верифицируемые свойства представляют собой чисто логические конструкции, справедливость которых эмпирически доказана в прошлом, и зафиксирована в документах, справедливость которых относительно тех моментов, когда проводилась проверка, не может быть подтверждена непосредственно. Таким образом, эти свойства приходится принимать на веру как аксиомы, по крайней мере, для прошлого.

В этом смысле время можно изучать методами естественных наук только как математическую конструкцию, вычисляемые свойства которой эмпирически проверяемы лишь частично, только в настоящем и в будущем. Поэтому особую важность приобретает логическая непротиворечивость используемых постулатов. В противном случае, возникающие противоречия уже невозможно будет устранить дополнительными наблюдениями относительно прошедших моментов времени. Заметим, что в естественных науках часто допускается противоречивое описание объекта исследований, со ссылкой на необходимость дальнейших исследований на эмпирическом уровне.

Любой набор непротиворечивых логических постулатов допустимо рассматривать как математическую модель объекта, к которому эти постулаты относятся. На основании вышесказанного можно утверждать, что время в эмпирико-логических науках можно изучать только как математическую модель с частично проверяемыми предсказаниями.

Надо отметить, что естественные науки в отношении изучения времени как объекта находятся в значительно худшем положении, чем гуманитарные, искусство и философия. В этих областях интеллектуальной деятельности доминирует множественность точек зрения, а субъективный индивидуальный взгляд на явление считается даже необходимым. В такой концепции невозможно требовать объективной истинности описания, а экспериментальная проверка личной точки зрения просто не имеет смысла. Поэтому время как художественный образ или философская категория не требует математического описания. Более того, трудоемкость формирования однозначно трактуемого описания средствами математического языка делает практически невозможным использование математических моделей в искусстве, по крайней мере, в качестве логической конструкции. Такие описания подавляют непосредственные эмоции у неподготовленного человека. В философии использование математики также резко сокращает круг людей, способных воспринять теорию.

В последнее время наметился, пока еще очень робкий и наивный, способ проникновения математических моделей в искусство. Это компьютерные игры, где сама модель спрятана от человека, а общение с машиной происходит на уровне образного восприятия игровой ситуации. И уже в первых опытах этого рода заявила о себе модель времени как необходимый атрибут игры. В качестве примера можно отметить характерное для многих игр ускорение темпа игры с повышением уровня сложности.

Впрочем, это явление еще раньше обнаружилось в спорте, где разного рода временные регламенты требуют строгой формулировки, вплоть до указания технических средств измерения времени и разбиения полного времени игры на отдельные этапы. Интересно, что в некоторых видах спорта одновременно используется несколько моделей времени, например, чистое время игры и ее астрономическая длительность, или, в шахматах – число сделанных ходов, время размышления над ходами каждого игрока (по шахматным часам) и астрономическое время, включая перенос продолжения партии на другой день. Такое же явление множественности моделей времени характерно для компьютерных игр.

Сама потребность в модели обусловлена требованием одинакового понимания правил игры всеми ее потенциальными участниками. А наличие нескольких моделей времени отражает разные аспекты этого понятия с точки зрения участников. Например, логическая длительность шахматной партии определена числом сделанных ходов, а не временем размышления над ними. Однако физическая нагрузка на партнеров обусловлена астрономической длительностью партии. Но поскольку в любой игре главное – это эмоции, используемые средства регистрации времени спрятаны от зрителя и даже от игроков. Они видят только готовый результат, который выдает специальная система времени. В этой же системе скрыта и математическая модель игрового времени.

Необходимость математического моделирования времени в науках о природе и связанные с этим трудности (в том числе и проблемы становления и развития самой математики) обусловили преимущество нестрогих ассоциативных философских и художественных описаний времени как явления. Это преимущество носит, прежде всего, количественный характер: огромное число ярких образов и интересных трактатов формировали и формируют представление о времени у представителей каждой земной цивилизации. Но следует признать и некоторое качественное превосходство. Образные описания формируют очень многогранный образ явления за сравнительно короткое время. Математические описания требуют больших усилий и продолжительности занятий для понимания только какой-то одной стороны феномена времени. Тем не менее, как и во многих других областях знания, точные описания и методы дают то, что

принципиально недостижимо другими средствами: однозначность трактовки свойств объекта изучения и связанную с этим возможность опытной проверки каждой версии.

Необходимость математических описаний времени как явления природы привела к очень медленному, иногда парадоксально долгому, развитию средств измерения и описания времени. Достаточно вспомнить, что солнечные часы создали только в седьмом веке до нашей эры (нужно было дождаться математического описания связи движения небесных тел с ходом времени), а маятник был открыт Галилеем лишь в шестнадцатом веке нашей эры (требовалось математическое описание равномерного и ускоренного движения, развитое тем же ученым). А ведь эти приборы по технологии доступны даже в каменном веке. Использование усредненных показаний большого числа индикаторов времени для увеличения точности измерений стало возможным только после развития соответствующих статистических теорий. Заметим, что самые точные на сегодня часы – атомные – основаны на усреднении большого числа случайных событий распада ядер. До возникновения математической статистики невозможно было осознать, что большое число приборов со случайным срабатыванием могут дать самый равномерный индикатор хода времени.

Значительные трудности возникают с интерпретацией не только базового понятия времени, но и отдельных его свойств. К числу таких затруднений относится строгое определение равномерности хода часов, замедления, ускорения или остановки хода времени. Наиболее развитые математические модели формируют и эти характеристики. Однако их понимание оказывается невозможным на уровне бытового здравого смысла.

Именно это обстоятельство порождает многочисленные протесты и попытки модификации современной физики в сторону качественного описания явлений без математики. Не вдаваясь в дискуссию с представителями этого направления, следует признать, что математика, в ее современном виде, не годится для создания непосредственно понятных объяснений наблюдаемых фактов. Такова плата за однозначность трактовок теории. Развитие популярного математического языка – очень серьезная проблема, выходящая за рамки изучения времени. Это комплексная проблема естественных, гуманитарных и точных наук, носящая ярко выраженный психологический оттенок. В последние годы появилась надежда на ее частичное решение с помощью развитого интерфейса компьютеров. Не последнюю роль тут играет и возрастающая доступность этой техники для индивидуального пользования. Большинству людей для понимания явления требуется не логическая конструкция, а модель, с которой можно поиграть на уровне прямого действия и наблюдения реакции. Поэтому создание "релятивистских и

квантовых тренажеров" может устранить многие проблемы с противоречием теории и интуиции.

2. ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Важной особенностью современной теоретической физики является вторичность формальной математической конструкции по отношению к некоторым семантическим принципам, формулировка которых не содержит в себе однозначно определенной модели, но накладывает ограничения на допустимые теории. Наиболее успешным из таких принципов, вероятно, можно признать принцип относительности. Он заключается в независимости математической модели любого процесса от выбора модели наблюдателя. При этом неявно содержится требование наличия класса моделей наблюдателя в составе общей теории. Первой явной реализацией этого принципа была кинематика Галилея, в которой моделировались процессы движения твердых тел во внешнем пространстве. Была введена количественная мера скорости, а моделью наблюдателя было одно из движущихся твердых тел. Законы пересчета скоростей при смене наблюдателя были сформулированы так, что для всех наблюдателей правила этого пересчета были одинаковыми.

Однако, фактически, догадка о принципе относительности уже содержалась в логике Платона-Аристотеля-Эвклида. Единство правил рассуждений для всех исходных посылок можно без натяжки трактовать как принцип относительности, где моделью наблюдателя служит набор аксиом, а моделью мира – вытекающая из них теория. Но в античную эпоху аксиомы считались априорной истиной, данной свыше, и поэтому принцип относительности не мог быть сформулирован явно. И все же, основатели логики понимали, что стремятся к теоретическому выводу истины, не зависящей от конкретного теоретика. Шаг Галилея заключался в добавлении законов изменения аксиоматики (картины мира) с точки зрения различных наблюдателей. При этом любой наблюдатель мог теоретически поставить себя на место другого и "увидеть мир его глазами", не меняя законов природы и правил логики.

Разумеется, такой общий принцип не мог однозначно определить математическую модель мира. Поэтому первая модель механики материальных точек была воспринята в стиле античной традиции, как данная свыше Истина. Ньютон сформулировал свои законы в форме, инвариантной относительно некоторого класса наблюдателей

(инерционные системы отсчета), но сразу же возник вопрос, почему нет инвариантности для других наблюдателей, движущихся с ускорением. Отрицать наличие таких наблюдателей в реальном мире было не возможно. Известно, что Ньютон всю жизнь бился над этой загадкой. Но идеология абсолютной истинности уже открытых законов природы не позволила ему сделать следующий шаг: изменить математическую модель, расширив класс наблюдателей, для которых она инвариантна. На этот шаг в точных науках ушло триста лет – до создания общей теории относительности.

Сегодня уже вполне осознано, что сама относительность относительна: в разных теориях можно получать различные группы инвариантности законов природы, и далеко не всегда мы можем представить себе эти преобразования как смену наблюдателя. Удобнее говорить о разных состояниях изучаемого объекта, смена которых меняет значения измеряемых параметров, но не меняет законы связи между этими параметрами. Так устроена современная теория элементарных частиц, термодинамика, электродинамика и другие разделы физики.

Характерной особенностью современного этапа развития теоретической точной науки является модель измерений значений изучаемых параметров моделируемого объекта, дополняющая модель самого объекта. Именно это позволило расширить применение принципа относительности. Но неявно этот прием содержался уже в кинематике Галилея. Требовалось только осознать, что пересчет скорости тела относительно наблюдателя является моделью измерения движения тела этим наблюдателем. Но в ту эпоху числу придавали абсолютный смысл, а измерение считали только вынужденным актом, для получения приблизительного представления об Истине. Сегодня большинство исследователей природы склонны считать число прямым порождением акта измерения, а понятие истинного значения параметра рассматривают как философскую идеализацию. Под точностью измерений понимается разброс значений, получаемых в экспериментально неразличимых ситуациях.

Математический аппарат построения теорий, удовлетворяющих принципу относительности, называется теорией групп. Это понятие было введено Галуа в начале девятнадцатого века для решения внутренних математических проблем, связанных с установлением границ возможностей различных конструктивных методов в математических теориях. Осознание связи понятия группы с физикой и другими естественными науками пришло значительно позже.

В основе этого понятия лежит преобразование некоторой математической конструкции, сохраняющее оговоренный набор ее свойств и допускающее возврат к ее исходной форме (изоморфизм). Множество всех таких преобразований одной конструк-

ции называется действием группы на эту конструкцию, а законы получения нового изоморфизма путем последовательного применения двух и более изоморфизмов называется группой. Оказалось, что все группы обладают некоторым набором общих свойств, и, наоборот, выполнение этих свойств для некоторого набора абстрактных операций гарантирует, что этот набор операций образует действие группы на некоторый объект (определяемый не однозначно). Принятие этих свойств в качестве аксиом позволило построить теорию групп в очень общей форме, что привело к осознанию широкой применимости принципа относительности. К сожалению, при этом снизилась наглядность теоретических аргументов и выводов.

Отказ от концепции наблюдателя как носителя одного из относительных описаний объекта требует введения в теорию некоторого параметра, выделяющего одно из описаний. Наиболее общим термином для такого параметра сегодня является состояние объекта. Но имеется одно важное отличие понятия состояния от понятия наблюдателя, и это тесно связано с понятием времени. Наблюдатели предполагаются существующими одновременно и даже наблюдающими друг друга. Состояния же сменяются во времени альтернативно и несовместимы друг с другом. В каждый момент времени существования объекта моделирования у него имеется (или предполагается) ровно одно состояние. Чтобы совместить категории наблюдателя и состояния, надо ввести в модель объекта, описанного в терминах наблюдателя, процесс смены наблюдателя. Тогда состояние объекта будет предполагать наличие определенного наблюдателя, а смена наблюдателя сама по себе будет означать изменение состояния объекта. Другой путь – рассмотрение ансамбля однотипных объектов, описанных в терминах состояний, и находящихся в разных состояниях в один момент времени. Элементы такого ансамбля можно рассматривать как разных наблюдателей за одним объектом.

Предыдущее рассмотрение показывает, что категория наблюдателя содержит в себе некоторое представление об одновременности существования. Это верно даже для объектов, описанных вне времени только совокупностью своих состояний и группой их преобразований друг в друга. Переход к ансамблю порождает понятие момента времени как набора совместно наблюдаемых состояний элементов ансамбля. При этом группа преобразований состояния одного объекта порождает и группу преобразования набора состояний ансамбля. Так возникает понятие причинной связи между моментами времени.

Например, если считать, что состояние действует само на себя, то требуется ввести в модель соответствие между состоянием модели и ее изоморфизмом, моделирующим самодействие состояния. Этот изоморфизм изменит состояние, а новое состояние,

породив новый изоморфизм, перейдет в следующее. Так запускается процесс последовательной смены состояний объекта и ансамбля. С другой стороны, такое соответствие можно определить многими способами.

Это означает, что принцип относительности нельзя рассматривать как генератор моделей. Он носит только ограничительный характер, требуя изоморфности всех допустимых преобразований состояния и возможности последовательного выполнения нескольких таких изоморфизмов. Последнее требование в скрытой форме предполагает наличие времени в модели, а первое требование означает наличие у модели конструктивных элементов, неизменных во времени.

3. ПОНЯТИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ

Понятие существования какого-либо явления в природе настолько тесно связано с понятием времени, что само время можно рассматривать как совокупность различных существований. На бытовом и семантическом уровне понимания любой объект может существовать только во времени, а исчезновение и прекращение существования даже лингвистически характеризует именно момент времени: до него нечто было, а после него – перестало быть.

Единственная область знания, где существование рассматривается вне физического времени – это математика. На современном математическом языке существование объекта относится к теории, которая его описывает, а не к реальному миру. Объект может существовать в одной теории и не существовать в другой. Например, в теории целых чисел нет числа строго между единицей и нулем, а в теории рациональных чисел такой объект существует, и не один: 0.5, 0.9, и т. п. Притом, в обеих теориях соответствующий факт можно строго доказать.

Еще сложнее обстоит дело с существованием в теории объектов, свойства которых не противоречат, но и не вытекают из аксиом теории. Их называют независимыми от аксиоматики. Существование такого объекта можно постулировать с помощью дополнительной аксиомы, не создавая противоречия. Но при этом возникнет уже другая теория с "лишней" аксиомой. То же относится и к постулату отсутствия независимого объекта. С помощью независимых объектов математические теории можно разветвлять указанным способом неограниченно. И все новые теории будут совместимы с исходной, хотя в них будет больше доказуемых теорем. Можно было бы говорить о потен-

циальном существовании в теории объектов, независимых от аксиом, но точно также можно говорить и об их потенциальном отсутствии.

Заметим, что если свойства объекта противоречат аксиомам теории, то этот объект точно не существует в данной теории. Если же эти свойства несут в себе противоречие с точки зрения логического анализа, то такой объект не существует ни в одной теории. И тем не менее, его можно описать (определить математически) и анализировать, например, на наличие такого противоречия.

С точки зрения наук о природе все вышесказанное совершенно бессмысленно. Ни одна теория не может отрицать существования объекта, который зарегистрирован реально одной из наук. Точно так же, методы естественных наук не применимы к объектам, которых в природе нет. Наконец, открытие, к примеру, нового животного не отменяет биологии с заменой ее на другую науку.

В математике тоже имеются объекты, которые можно вводить в теорию, не меняя этой теории. Это построения различных частных случаев какого-либо общего понятия теории. В этом случае теория должна содержать указания на допустимые приемы построения новых объектов, а доказательство существования такого объекта сводится к проверке, что при его определении использованы только допустимые приемы.

Существование объекта в математике означает только допустимость его введения в теорию без изменения аксиом этой теории. Реальное время к такому существованию на первый взгляд никакого отношения не имеет. Но это не совсем так. Сам логический вывод, который эквивалентен эксплуатации математического понятия, требует времени, как модельного (число шагов вывода), так и физического (продолжительность реальной работы аналитика). Но оба эти времени не являются объектами той математической теории, к которой они относятся. Хотя какая-то другая теория может изучать именно число логических шагов, необходимых для доказательства теоремы в исходной теории, или астрономическое время работы компьютера при решении некоторой задачи. Поэтому можно утверждать, что математическое понятие существования тоже связано с категорией времени, но не столь прямо, как в естественных науках.

Так же, как и в науках о природе, существование объекта в некоторой математической теории совпадает с существованием всех его свойств. Эти свойства устанавливаются логическим доказательством (включая прямые вычисления). Некоторые свойства очевидны непосредственно из определения объекта, другие устанавливаются только после развития необходимого технического аппарата (логического типа).

Но имеется одно радикальное расхождение математической и физической категорий существования. У физического объекта в каждый момент времени существует

ровно одно состояние. Остальные состояния рассматриваются как возможные, но не существующие. А у математической модели этого же объекта существуют все состояния. Для выделения одного состояния объекта, которое реализовано, в математике используется модель времени, имеющая вид параметра, каждому значению которого сопоставляется некоторое одно состояние. Такое соответствие называется процессом смены состояний (точнее, его моделью). В механике эта модель традиционно называется законами динамики. Адекватность подобной модели реальному миру была подвергнута радикальной критике создателями теории относительности. Но в большинстве современных математических описаний природных или социальных объектов лежит именно такое параметрическое математическое время.

В теории относительности рассматривается не один параметр времени, а бесконечное множество различных параметризаций одного множества состояний объекта, интерпретируемое как совокупность всех возможных наблюдателей в нашем мире, и задаются специальные законы перехода от одного параметра к другому, которые сохраняют основные законы эволюции состояний, заданные в форме уравнений математической физики. Эта инвариантность означает изоморфность всех наблюдателей в механике, известную под именем равноправия всех систем отсчета. Интересно, что параметризации самого множества наблюдателей в теории относительности нет, что интерпретируется как допущение произвольности выбора или смены системы отсчета в теории. Однако при конкретных расчетах требуется либо зафиксировать систему отсчета, либо параметризовать этот выбор. В последнем варианте малое приращение параметра системы отсчета отождествляется с приращением времени в той системе отсчета, которая соответствует текущему значению параметра. Равноправие всех таких параметризаций множества наблюдателей в смысле инвариантности законов природы относительно изменения процесса смены наблюдателей легло в основу общей теории относительности (ОТО).

При этом каждая параметризация наблюдателей чисто логически превратилась в новую систему отсчета, или в нового наблюдателя. Поэтому в общей теории относительности систему отсчета всегда можно считать фиксированной, а инерционные системы отсчета равноправны с любыми другими. Так разрешилась проблема выделенных инерционных наблюдателей, беспокоившая Ньютона. Но за это пришлось заплатить значительно более сложными уравнениями законов природы, которые инвариантны в таком широком классе систем отсчета. Именно эта сложность ответственна за то, что законы ОТО практически используются только тогда, когда другие теории дают слиш-

ком большую погрешность. В других случаях применяют теории, инвариантные только в инерционных координатах.

Заметим, что математически все наблюдатели существуют в совокупности, независимо от выбора системы отсчета, а выбранная система отсчета рассматривается только как выделение одного элемента из множества равноправных.

В реальном мире реализованы только те системы отсчета механики, которым соответствуют физические тела, удовлетворяющие требованиям данной механики для систем отсчета. А выбор системы отсчета означает размещение на соответствующем теле измерительных приборов. Одновременно может быть реализовано несколько таких систем, но, разумеется, не все. Набор реализованных измерительных комплексов входит в состав состояния изучаемого природного явления.

Альтернативное, а не совместное существование состояний объектов реального мира является, фактически, единственным референтом времени в эмпирической науке. Это свойство называется изменчивостью объекта. Само понятие времени возникло как описание (или признание) изменчивости мира.

Отсутствие изменчивости в математических описаниях на первый взгляд делает их неадекватными объекту. Однако это – иллюзия. Именно стационарность математической модели как объекта делает ее пригодной для изучения и верификации с опытом. Именно возможность такого неизменного описания свойств времени, включая и описание самой изменчивости, делает математическую модель времени объектом изучения точных и естественных наук, обеспечивая необходимые качества воспроизводимости и повторяемости признаков объекта. Если бы элементы математического описания исчезали в процессе логического анализа подобно моментам времени, ценность модели была бы минимальна. *Парадокс заключается в том, что именно различие свойств категории существования в математике и в природе делает математическую модель средством, пригодным для изучения времени.*

4. КАТЕГОРИЯ СТАЦИОНАРНОСТИ

Характеристики модели, зависящие от параметра времени, обычно называют динамическими. Свойства математической модели, которые не зависят от параметра времени, называются стационарными характеристиками. Эти характеристики делятся на два класса.

К первому классу относится конструкция самой модели. Этим характеристикам не соответствует какая-либо измеряемая характеристика объекта моделирования. Назовем их математическими конструктами. Совокупность конструктов назовем структурой или конструкцией модели. К ним относятся аксиомы и уравнения, математические операции и специальные функции, логика, в которой осуществляется формальная выкладка при анализе модели.

Ко второму классу относятся параметры модели, имеющие интерпретацию среди измеряемых характеристик объекта моделирования. Чаще всего это какие-то числовые переменные, расчет которых предусмотрен моделью или процедурой задания исходных данных. Сама интерпретация выходит за рамки математического языка и задается содержательным описанием в терминах манипуляций и процедур измерения на реальном объекте. Такие параметры назовем интерпретируемыми. А совокупность описаний их интерпретаций назовем блоком интерпретации теории или модели.

Интерпретируемые параметры могут быть как стационарными, так и динамическими. Структура модели всегда только стационарна. Кроме того, могут быть динамические и стационарные параметры и логические характеристики модели, у которых нет интерпретации, но они не входят в конструкцию модели. Это разного рода переменные, куда заносятся промежуточные результаты выкладок, или теоремы, которые можно доказать относительно модели, исходя из ее конструкции.

Обязательным стационарным свойством модели должно быть совпадение расчетных интерпретируемых параметров и результатов интерпретирующих измерений с оговоренной в интерпретации точностью. Это особая стационарность, относящаяся не только к параметру времени в модели, но и к физическому измеряемому времени. Если этой стационарности нет, то интерпретация модели должна быть признана некорректной. Это свойство называется адекватностью модели объекту. Процесс достижения адекватности путем изменения стационарных параметров модели (как интерпретируемых, так и неинтерпретируемых) называется идентификацией.

Кроме того, можно выделить вторичные стационарные параметры, которые получены путем математических операций над интерпретируемыми параметрами модели. Исходные параметры при этом могут не быть стационарными. Если модель адекватна объекту, то те же математические операции над интерпретирующими измерениями должны дать параметр, стационарный в физическом времени. Эти вычисления над результатами измерений можно определить как интерпретацию вторичного параметра.

В современных физических теориях вторичные стационарные параметры играют особую роль. К ним относятся такие характеристики, как энергия, импульс, знак прироста энтропии, пропускная способность каналов связи или транспортных систем и др. В исходных уравнениях теории этих характеристик нет, а их стационарность является теоремой, доказанной из конструкции модели.

Очевидно, что стационарные параметры определяют модель, поскольку в их число входят все конструкторы. Но для моделей типа динамических систем имеется более сильная теорема о том, что набор значений вторичных стационарных параметров однозначно определяет траекторию состояния динамической системы, если задана ее конструкция, но не заданы исходные данные (начальное состояние). Этот факт связан с тем, что возможные траектории в пространстве состояний не пересекаются друг с другом, и поэтому существует оператор, переводящий текущее состояние динамической системы в начальное. Значение этого оператора постоянно на всей траектории (стационарно). Однако возможны и другие системы стационарных параметров, определяющих траекторию.

В семантических интерпретациях математических теорий стационарным параметрам часто придают смысл материальных объектов, входящих в состав моделируемых процессов. Это вызвано аналогией со стабильно существующими физическими телами на бытовом уровне. Однако такие аналогии опасны и могут порождать ложные представления о явлении и о мире в целом. Математическому стационару может не соответствовать никакой реальной субстанции. Например, кинетическая энергия при упругих взаимодействиях сохраняется, но ее величина зависит от выбора инерциальной системы отсчета. А в неинерциальных системах она вообще не сохраняется. Иными словами, эта характеристика определяет не физическую систему, а способ наблюдения за ней.

Факт стационарности параметра модели называется законом сохранения соответствующей величины. Нарушение закона сохранения в реальных измерениях является достоверным сигналом неадекватности модели и процесса. Важно, что стационарные параметры противостоят необратимости времени, поскольку их значение обладает повторяемостью и воспроизводимостью.

5. РАВНОМЕРНОСТЬ ХОДА ЧАСОВ

Понятие равномерности хода времени относится к числу самых загадочных в современной картине мира. Равномерность всех остальных процессов определяется относительно хода времени. Относительно чего оценивать равномерность хода часов как физической меры времени? Реально эту задачу нельзя решить без математической модели. Модель устанавливает связь времени с другими параметрами выбранных процессов. Часы следует признать равномерными, если эта же математическая связь присутствует и на измеренных параметрах, включая время. Таким образом, понятие равномерности хода часов не абсолютно, а связано с выбранной системой тестовых процессов и с их математической моделью.

Приведем несколько примеров.

Равномерность атомных часов соответствует математической гипотезе о статистической независимости процесса распадов атомных ядер в массе изотопа. Эта гипотеза для конкретного образца может быть проверена с большой точностью.

В модели ОТО равномерность движения пробного тела относительно тела отсчета можно проверить, убедившись в локальном совпадении гравитационно-инерционных полей в окрестности этих тел, если они находятся на малом расстоянии друг от друга по сравнению с расстояниями до больших гравитирующих объектов. Если при этом реальные часы дают постоянную относительную скорость пробного тела, то их ход можно признать равномерным.

В модели квантовой механики можно требовать неизменности частоты излучения в пространстве, где нет взаимодействий данного излучения.

В модели специальной теории относительности естественно проверять постоянство скорости света, зафиксировав длину пробега фронта волны.

Наконец, можно использовать тест по нескольким теориям. Принцип соответствия, используемый при построении новых общих теорий, дает некоторые гарантии, что такие тесты могут совместно дать положительный результат. Но говорить об абсолютной равномерности хода часов это не дает оснований.

6. ТИПЫ МОДЕЛЕЙ ВРЕМЕНИ

Все известные математические модели времени рассматривают время в связи с некоторыми процессами. Поэтому о конструкции времени можно говорить только как о части конструкции некоторого процесса. С другой стороны, сам этот процесс можно

рассматривать как референт времени для моделирования других процессов, где время будет выступать уже как внешний параметр, определенный через референтный процесс. Это означает, что модель любого другого процесса будет строиться как модель совместного протекания двух процессов, один из которых определяет ход времени.

Референтный процесс обычно не является моделью измерения времени, но позволяет ввести часы как некоторый процесс с числовым выходом, который взаимодействует с референтным процессом. С физической точки зрения часы – это стандартная изменчивость, альтернативные состояния которой используются для описания моментов времени всех других изменений. При этом требуется процедура установления одновременности состояния часов и состояний других процессов.

Нужно заметить, что такой взгляд на время характерен именно для математики. Представители других наук, искусств и философии обычно отводят времени роль первичной сущности, наделяя ее качествами прямого действия на все явления, вызывающего развитие, разрушение, рождение и т. п.

К этому взгляду на проблему ближе всего модель времени в форме числового параметра, связанного с каждым процессом как аргумент или входное воздействие соответствующей математической модели. В таких моделях (параметрический тип) у времени есть две функции: линейно упорядочить изменчивость каждого моделируемого объекта и синхронизировать между собой разные процессы путем формальной одновременности состояний или заданного запаздывания. Параметрическое время широко распространено в теории и инженерных расчетах. Вопрос о его интерпретации решается выбором единых часов для всех процессов. Это не вызывает затруднений, если время распространения сигнала между местом расположения реальных эталонных часов и областью протекания моделируемых процессов пренебрежимо мало. В условиях планеты Земля это условие, как правило, выполнено. По той же причине первая механика Галилея-Ньютона основана на параметрическом времени.

При изучении процессов микромира приходится учитывать очень малые времена и большие скорости движения относительно системы отсчета экспериментальной установки. В этих условиях, несмотря на малые расстояния, скорость распространения сигнала иногда оказывается существенной. Поэтому квантовая механика существует в двух видах: с базированием на классической механике с параметрическим временем и с базированием на релятивистской механике с геометрической моделью времени.

Геометрическая модель времени сегодня тоже может рассматриваться как классика для случая распространения взаимодействий через физический вакуум. В основе этой модели лежит инвариантность некоторых свойств физического вакуума относи-

тельно системы отсчета экспериментальной установки. В начале двадцатого века было показано, что эти инварианты имеют геометрическую природу и связаны с выходом в четвертое измерение. Модель времени при этом радикально изменилась. Референтом времени стала не числовая ось, а сектор четырехмерного пространства (получившего название "пространство-время"). В этом секторе каждая система отсчета представлена своей линией (мировая линия), длина отрезка (дуги) которой определяет длительность процесса, у которого начало и окончание проектируются на концы этого отрезка. Поэтому в разных системах отсчета один процесс может иметь разную длительность. Сама длина отрезка времени измеряется в особой метрике Римана-Минковского. Это связано с необходимостью обеспечить инвариантность метрики при тех преобразованиях пространства, которые обеспечивают инвариантность свойств физического вакуума. Наиболее известным из таких инвариантов является скорость распространения сигнала (скорость света). Другое принципиальное свойство – сохранение типа уравнений процесса распространения (как конструкта модели) во всех системах отсчета. Наконец, обеспечивается локальная эквивалентность гравитационных и инерционных сил во всех системах отсчета (с точки зрения взаимодействия со всеми видами полей).

В геометрической модели времени, так же, как и в параметрической, не рассматривается вопрос о направлении хода времени. Прошлое и будущее равноправны. Но в отличие от параметрической модели, само прошлое и будущее носит частично абсолютный, а частично относительный характер. Геометрические точки интерпретируются как физические события, от которых распространяется сигнал в будущее. Точка (событие) находится относительно тела отсчета в абсолютном прошлом, если тело отсчета уже получило от нее сигнал. Точки, от которых сигнал только еще будет получен, находятся в относительной одновременности, которая для некоторых систем отсчета (с тем же началом отсчета) соответствует будущему, а для других – прошлому или настоящему. Это связано с множественностью возможных линий времени, проходящих через одну точку, на каждую из которых наблюдаемая точка-событие имеет свою уникальную проекцию. Но направление в будущее выбирается произвольно и одинаково во всех точках. Это, фактически, дополнительная аксиома теории относительности.

Кроме указанных классических моделей, сегодня проходят апробацию различные модели особых конструкций, в которых аксиомы классических теорий становятся теоремами общего или ограниченного характера. Главная цель таких моделей – сделать понятной природу неочевидных свойств физического времени, используемых в качестве классических постулатов.

Прежде всего, отметим модели комбинаторного типа, где в качестве референта времени выступает изменчивость некоторого процесса, а мерой времени является число событий изменения состояний, соответствующих процессу. Свойства времени при этом выводятся из свойств референтного процесса. Выделим следующие типы референтных процессов.

Циклические процессы, состояния которых меняются в установленном циклическом порядке. Эти модели объясняют свойство равномерности и однородности времени.

Процессы накопления, состояния которых связаны с количеством каких-то элементов, способных только накапливаться. Это объясняет необратимость времени.

Процессы потока, в которых также используется субстанция, имеющая количественную меру, но, в отличие от процессов накопления, она может как нарастать, так и убывать. Мерой времени здесь служит сумма абсолютных величин изменения количества субстанции, что также обеспечивает необратимость на уровне часов. Такие модели удобны для описания эволюции некоторой системы. Время в них имеет абсолютную меру, не зависящую от наблюдателя. В таких моделях удастся получать качественные описания механических процессов классического (не релятивистского) типа.

Процессы изменения геометрических конфигураций. Состояние представлено некоторой геометрической конфигурацией, например расположением в пространстве какого-то числа точек. Изменчивость означает смену конфигурации (например, перенос точек в другие координаты). Вводится мера изменения, и время измеряется суммой мер последовательных изменений. Сама последовательность состояний постулируется. В таких моделях удастся определить различные системы отсчета, связанные с разными фрагментами конфигурации состояния (например, с подмножеством перемещаемых точек). Связь пространства и времени позволяет получить некоторые эффекты релятивистских теорий. Фактически, здесь время вводится через обычное конфигурационное пространство и его изменчивость.

Кроме моделей комбинаторного типа, распространены событийные модели, где процесс генерации событий не описывается, но вводится способ расчета времени по набору зарегистрированных событий. Это, фактически, статистическое моделирование времени, тяготеющее к прямой эмпирике наблюдений. В этих моделях естественно возникает понятие наблюдателя и связь между различными отсчетами времени. Однако, по определению, такие модели приспособлены только для обработки конкретных наблюдений, заменяющих отсутствие внутреннего теоретического описания изменчивости. Способы отсчета времени связаны с системой распознавания и регистрации со-

бытий. Кроме того, они предполагают определение численной меры прошедшего времени. Различные методики могут дать несовпадающие результаты, но в этом нет логического противоречия, поскольку разные результаты интерпретируются в разных моделях. Тем не менее, практически, иногда возникают споры на основе представлений об истинном ходе времени.

Большое значение в статистической модели времени имеет способ определения причинной связи событий. При некоторых системах определений допускается возможность обратимости времени в форме противоположных направлений распространения влияния событий друг на друга. Это свойство допускает эмпирическую проверку. Остается открытым вопрос, насколько статистическая обратимость времени соответствует его физической обратимости, а в какой мере это – эффект размытой периодичности наблюдаемых процессов.

7. ПРОБЛЕМА ОБРАТИМОСТИ ВРЕМЕНИ

Вернемся к тому свойству времени, с которого начался этот обзор. Невозможность воспроизвести прошедшие моменты времени, ставшая главной причиной изучения времени как математического понятия, является чисто эмпирическим фактом. Ни одна из моделей времени не дает доказательного объяснения этому факту.

Имеется статистическое обоснование этого явления на основе математического аппарата волновых функций в релятивистской квантовой механике. Изменение знака времени в уравнении волны приводит к уменьшению плотности вероятности появления частицы. Иными словами, частицы движутся в будущее с большей вероятностью, чем в прошлое, а для больших макроскопических ансамблей взаимодействующих частиц вероятность сдвига в прошлое с сохранением структуры взаимодействий, фактически, обнуляется. Можно сказать, что движение в будущее суть результат интерференции на квантовом уровне. Однако точно также можно записать уравнение, дающее движение в прошлое. Вопрос, почему действует только одно из двух возможных уравнений волнового движения, остается открытым.

Это же относится и к уравнениям диффузии, также имеющим асимметрию во времени: в будущее идет рост дисперсии состояния, а в прошлое – убывание. Этот эффект известен как рост энтропии. Но аналогичные уравнения можно записать и в об-

ратную сторону по времени. Их действие относительно процессов, идущих в будущее, будет похоже на гравитацию с нарастанием зон концентрации и разрежения энергии.

Имеется модель топологической структуры вакуума, в которой все влияния могут идти по времени только в одном направлении. Это достигается заданием несимметричных окрестностей точек-событий в пространстве-времени. Но направление асимметрии можно задать и противоположным образом.

Отсутствие строгой теоретической необходимости однонаправленности течения времени порождает гипотезу о возможности его спонтанного или искусственного поворота в локальной области. Работает принцип о возможности любых явлений, которые не запрещены законами природы. Если такие спонтанные локальные повороты времени имеют место, то возникающие циклы должны наблюдаться макроскопически в форме квантования волны в свободном пространстве. Этого требуют условия согласования волновой функции в точке склейки прямого и обратного потока. Возможно, с такими эффектами связаны явления поляризации вакуума. Можно ставить вопрос о поиске кратковременных спонтанных расщеплений свободной волны на дискретные энергетические уровни. Это могло бы означать прохождение зоны измерения через петлю времени.

Наличие преимущественного направления времени в наблюдаемом Мире можно объяснить моделью большого взрыва, в котором родилась вся свободная энергия Вселенной. Сама теория большого взрыва возникла как допустимое решение уравнений общей теории относительности в геометрической модели времени. В этом решении время (точнее, его метрика) само возникает вместе с энергией. Тогда частицы с разным направлением времени за короткое время разошлись по оси прошлое-будущее, и для каждого сорта частиц наблюдаемыми оказались только "попутчики" по времени. Такая теория имеет то преимущество, что не настаивает на однонаправленности времени, а рассматривает его как эффект самонаблюдения материи: любой наблюдатель состоит из частиц, аналогичных частицам в пространственно-временной зоне наблюдения. Таким образом, наблюдаемая направленность времени может оказаться антропогенным явлением.

8. МАТЕМАТИКА И ЭМПИРИКА

Разнообразие математических моделей времени отражает, с одной стороны, богатство фантазии исследователей, но, с другой стороны, основано на верификации каждой новой идеи в каком-то классе экспериментальных ситуаций. Выбор модели всегда связан с классом реальных процессов, интересующих исследователя.

Для некоторых совокупностей теорий действует принцип соответствия: они получаются друг из друга изменением значения некоторых стационарных параметров. Например, переход к параметрическому времени от геометрического получается путем устремления скорости света к бесконечности. Интересно, что обратный переход таким образом получить нельзя: ограничение скорости света в механике Ньютона не дает релятивизма. А принцип инвариантности скорости света с ней логически несовместим. Похожая ситуация и с соответствием квантовой механики другим механикам. Устремление постоянной Планка к нулю дает, в зависимости от других аксиом, либо релятивистскую, либо ньютоновскую механику. Но в этих механиках нет параметра, соответствующего такой постоянной, и обратный переход невозможен. Тем не менее, каждая из указанных математических моделей имеет область хорошей эмпирической верификации.

В строгом смысле, нельзя говорить о проверке теории относительности или квантовой механики в зоне макроскопических процессов, где проверена механика Ньютона. Расхождения между теориями в этом классе экспериментов выходят за рамки точности измерений. Это тонкая ситуация, когда опыт подтверждает все теории сразу, хотя они логически несовместимы. Такое положение вещей не редкость в прикладной математике. Обычно верной считается та теория, зона верификации которой шире. Но это не дает гарантии, что в будущем не возникнет еще более верная теория (в том же смысле).

Иногда используется совокупность теорий, которые экспериментально подтверждены в разных областях и согласованы на их пересечении. Если эти области не вложены одна в другую, то нельзя выбрать "более верную" теорию. Тогда начинается поиск модели, обобщающей всю эту совокупность. Именно так возникла задача поиска единой теории поля в физике. Но эта ситуация нередко возникает и в более частных исследованиях. Для некоторых естественных и технических наук она даже характерна.

В любом случае, создание количественной или логической теории объектов, обладающих изменчивостью, неизбежно приводит к некоторой математической модели времени. Но она далеко не всегда однозначно определена опытом.

9. О БИБЛИОГРАФИИ

Характер данной статьи, посвященной анализу принципов моделирования времени, а не обзору конкретных моделей, не позволяет дать полные ссылки на литературу по каждому разделу. Приведенная библиография содержит некоторые работы, написанные в достаточно популярной манере, не рассчитанной на узких специалистов, и отражающие основные принципы, затронутые в данном эссе. Общей методологии построения современных физических теорий посвящены работы Р.Фейнмана (1987), А.Эйнштейна (1965), Ю.С.Владимирова (1996, 2003). Основы математического языка анализируются в статьях А.В.Коганова (2001, 2003). С геометрической интерпретацией времени можно познакомиться в работах Р.И.Пименова (1991, 1996), Д.-Э.Либшера (1980). Разные подходы к моделированию времени приведены у А.Д.Чернина (1987), А.П.Левича (1996а,б), В.В.Аристова (1996), А.В.Коганова (2002).

ЛИТЕРАТУРА

- АРИСТОВ В.В. Реляционная статистическая модель часов и описание физических свойств времени // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. М.: Из-во МГУ, 1996. С.9–28.
- ВЛАДИМИРОВ Ю.С. Бинарная геометрофизика // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. М.: Из-во МГУ, 1996. С.29–47.
- ВЛАДИМИРОВ Ю.С. Метафизика. М. 2003.
- КОГАНОВ А.В. Эталонные основы математического языка // Интегральная геометрия. Математические модели. Понимание изображений. М.: НИИСИ РАН, 2001. С.52–80.
- КОГАНОВ А.В. Время как объект науки // Мир измерений. № 2–3. 2002. С.18–22.
- КОГАНОВ А.В. Эмпирико-эталонные основы математических теорий // Математика и опыт. М.: Из-во МГУ, 2003. С.317–340.
- ЛЕВИЧ А.П. Время как изменчивость естественных систем; способы количественного описания изменений и порождение изменений субстанциональными потоками // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. М.:Из-во МГУ, 1996а. С.235–288.
- ЛЕВИЧ А.П. Мотивы и задачи изучения времени // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. М.:Из-во МГУ, 1996б. С.9–28.

А.В. Коганов: Математический аспект изучения категории времени

ЛИБШЕР Д.Э. Теория относительности с циркулем и линейкой. М.: Мир, 1980. 149с.
Перевод с: Liebsher D.-E. Relativitätstheorie mit Zirkel und Linien. Akademie-Verlag.
Berlin. 1977.

ПИМЕНОВ Р.И. Основы теории темпорального универсума. Сыктывкар: Уральское
отд. АН СССР, 1991.

ПИМЕНОВ Р.И. Математические темпоральные конструкции // Конструкции времени
в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. М.: Из-во МГУ, 1996.
С.153–179.

ФЕЙНМАН Р. Характер физических законов. М.: Наука, 1987, 159с.

ЧЕРНИН А.Д. Физика времени. М.: Наука, 1987, 221с.

ЭЙНШТЕЙН А. Физика и реальность. М. Наука, 1965, 359с.